

Исследование процессов переработки пищевого сырья при импульсном воздействии

Головацкий В.А. valdurtera@rambler.ru

Санкт-Петербургский государственный университет
низкотемпературных и пищевых технологий

Сегодняшняя отечественная экономика, как и мировая, ориентирована на безотходные технологии, которые могут быть реализованы только за счет их глубокого научного обоснования и ускорения научно-технического прогресса. В работе рассмотрены важные с точки зрения динамики аппарата и энергосбережения параметры работы рассматриваемого оборудования нагрузка на рабочий орган и затрачиваемая мощность. Характер перемещения перерабатываемого сырья в рабочей камере технологической машины весьма существенно влияет как на режимы процесса, так и на конструкцию самой рабочей камеры. Полученные решения позволяют усовершенствовать конструкцию рабочей камеры, размещая рабочие элементы в тех зонах цилиндрической обечайки, где обрабатываемое сырье контактирующее со стенкой камеры наиболее интенсивно прижимается к рабочей поверхности.

Ключевые слова: переработка пищевого сырья, импульсное воздействие, интенсификация.

Интенсификация процессов обработки и снижение потерь сырьевых ресурсов на стадии промышленного производства - важная задача подъема экономики пищевой отрасли страны.

Особенностью современного этапа развития агропромышленного комплекса (АПК) России является недостаточно широкое до сих пор практическое применение в пищевой промышленности высокоинтенсивных технологий и процессов глубокой переработки продовольственных ресурсов.

Сегодняшняя отечественная экономика, как и мировая, ориентирована на безотходные технологии, которые могут быть реализованы только за счет их глубокого научного обоснования и ускорения научно-технического прогресса. В этих условиях важно изыскивать новые пути ресурсосберегающей переработки сырья, в частности, обработки сырья растительного происхождения. Если раньше продукты очистки пищевых объектов от кожуры в большинстве

случаев шли в отходы, то сегодня принципиально важно использовать эти материалы для дальнейшей утилизации.

В теоретическом плане представляются чрезвычайно актуальными постановка и реализация задач математического моделирования процессов транспортировки и технологической переработки отходов пищевых производств.

Повышение потребительских свойств отечественной продукции за счет разработки оборудования нового поколения и вывод изделий на конкурентоспособный уровень представляется стратегической социально-экономической задачей отрасли.

Одним из перспективных направлений реализации этой цели является переработка сырья растительного происхождения с помощью импульсного воздействия.

Значительная часть перерабатываемых сегодня например, клубнекорнеплодов необратимо теряется (от 30% до 50%) в форме продуктов очистки, при этом частично или полностью теряется и корнеплодный сок. В то же время кожура и клеточный сок корнеплодов представляют собой богатейший с биологической точки зрения материал, содержащий ценные белковые и минеральные вещества, витамины, углеводы, микроэлементы и ряд других полезных соединений. Кроме того, в последние годы, рядом зарубежных стран (Япония) ведутся плодотворные разработки пластических масс для автомобилестроительной отрасли из отходов переработки картофеля, что позволяет осуществлять эффективную утилизацию техники после выработки ее ресурса.

Дополнительные сырьевые ресурсы от использования некондиционного картофеля, теряющегося безвозвратно для России, оцениваются при современной технологии хранения, переработки и реализации ориентировочно в 4 млн. тонн в год, что в денежном выражении составляет около \$15 млн. в год.

Практическая реализация безотходных, в том числе абразивных технологий импульсного воздействия является чрезвычайно важной задачей.

Первичную переработку овощей представим в виде зернистого слоя.

В зернистом слое проводится великое множество процессов, где происходит массоэнергообмен, с фильтрующей жидкостью или газом. Любой, на внешний вид однородный, зернистый слой имеет хаотичную структуру пор. Хаотичность пористой структуры приводит к хаотичному движению жидкости или газа. Струйки жидкости в порах имеют различную скорость, что определяет дисперсию количества жидкости, приходящейся на отдельные частицы, и снижает эффективность технологического процесса. Влияние дисперсии по-

ристости особенно сильно будет сказываться при ламинарном режиме фильтрации.

Исключить дисперсию пористости можно, если заставить частицы совершать относительное колебательное движение [2-5]. Если в качестве примера массообмена в зернистом слое рассмотреть ионообменный процесс, то становится очевидным, что можно существенно увеличить ионную емкость обрабатываемого материала.

Рассмотрим некоторые интересные аспекты поведения плотного зернистого слоя в пульсационном аппарате импульсного воздействия.

Для наиболее эффективного ведения процесса экстрагирования из частиц с капиллярно-пористой структурой и ряда других процессов (растворения, промывки частиц, регенерации катализатора и т. п.) представляются очевидными следующие условия:

1. возбуждение асимметричных колебаний давления в аппарате, обеспечивающих разрыхление внешнего слоя и проникновение жидкости в поры частиц (микрперенос экстрагируемого вещества);
2. обеспечение выравнивания концентрации экстракта в пространстве между частицами (макрперенос экстрагируемого вещества).

Переменное давление в жидкости при оптимальных параметрах способствует наиболее выгодным условиям извлечения вещества из частиц, снижая внутреннее сопротивление переносу вещества, а умеренное перемешивание жидкости в межчастичных каналах уменьшает внешнее диффузионное сопротивление.

Двум перечисленным требованиям в полной мере удовлетворяет любой аппарат первичной обработки овощей растительного происхождения. Аппарат представляет собой конструкцию, состоящую из цилиндрической секции с перфорированным днищем.

На суспензию, движущуюся в аппарате, действуют следующие силы:

- силы давления газа в упругих элементах;
- силы межфазного взаимодействия между частицами и жидкостью;
- силы инерции жидкости и частиц с учетом присоединенной массы.

Таким образом, полное математическое описание рассматриваемого процесса колебаний суспензии имеет достаточно сложный вид. Для упрощения анализа попытаемся проанализировать порядок величин, влияющих на динамику суспензии в аппарате.

Пусть продукт совершает в том числе и поступательные перемещения по гармоническому закону

$$z_{II} = \frac{L}{2} \sin(\omega t), \quad (1)$$

где L — полный ход поршня; ω — угловая частота колебаний; t — время.

Причем в невозмущенном состоянии (при $z_{II} = 0$) объемы газонаполненных упругих элементов V_1 — пассивного и активного V_2 одинаковы:

$$V_{10} = V_{20}. \quad (2)$$

Примем также, что давления в этих элементах p_1 и p_2 в невозмущенном состоянии также одинаковы:

$$p_{10} = p_{20}. \quad (3)$$

Условия (2.13) и (2.14) обеспечивают симметрию системы при нелинейном законе изменения псевдоупругих сил [1, 6]. Для сохранения общности формул ниже будем полагать, что равенства (2.13) и (2.14) могут не выполняться.

При произвольном перемещении x фронта жидкости в аппарате объемы упругих элементов соответственно равны

$$\begin{aligned} V_1 &= V_{10} - x \cdot S_a, \\ V_2 &= V_{20} + x \cdot S_a - z \cdot S_{II}, \end{aligned}$$

где S_a — площадь поперечного сечения аппарата; S_{II} — площадь поперечного сечения поршня.

Положим законы изменения давления в упругих элементах изотермическими:

$$p_1 = \frac{p_{10} V_{10}}{V_1}, \quad (4)$$

$$p_2 = \frac{p_{20} V_{20}}{V_2}. \quad (5)$$

Тогда совокупность возмущающей и псевдоупругой сил, обусловленная перепадом давления на зеркало жидкости в секциях аппарата

$$F_p = (p_2 - p_1) S_a. \quad (6)$$

Вторая сила, возникающая в системе — сила межфазного взаимодействия. Причем когда в секции, где жидкость опускается, она определяется условиями фильтрации, а в секции с восходящей жидкостью — условиями псевдооживления.

Для первого случая перепад давления на слое суспензии высотой H равен, согласно формуле Эргуна [65]

$$\Delta p_\phi = A_\phi \frac{dx}{dt} + B_\phi \left(\frac{dx}{dt} \right), \quad (7)$$

$$\text{где } A_{\phi} = 2\mu \frac{s^2(1-\varepsilon)^2 \xi^2}{\varepsilon^3} H; B_{\phi} = 0.7 \frac{s(1-\varepsilon)\rho_1 \xi^3}{8\varepsilon^3} H;$$

μ — динамическая вязкость жидкости в аппарате;

s — удельная поверхность частиц;

ε — порозность плотного слоя частиц ($\varepsilon \approx 0,45$);

ρ_1 — плотность жидкости;

ξ — коэффициент извилистости межчастичных каналов ($\xi \approx 1,5$).

Перепад давления на псевдооживленном слое суспензии высотой H

$$\Delta p_{\text{ПС}} = [\rho_1 \varepsilon + \rho_2 (1 - \varepsilon)] g H, \quad (8)$$

где ρ_2 — плотность частиц; g — ускорение свободного падения.

Оценка величины $\Delta p_{\text{ПС}}$ показывает, что при $H = 1$ м она имеет порядок 10^4 Па. При практически интересных расчетных параметрах, характерных для частиц растительной ткани (молотая хвоя, лекарственные травы, корнеплов): $s = 10^3 \text{ м}^{-1}$; $\rho = 785 \text{ кг/м}^3$; $\rho_2 = 942 \text{ кг/м}^3$; $\mu = 1,1 \cdot 10^{-3} \text{ Па}\cdot\text{с}$ величина Δp_{ϕ} на порядок выше.

Это свидетельствует о том, что при амплитуде давления в упругих элементах порядка 10^5 Па псевдооживление в секции с восходящим потоком, и осаждение частиц с нисходящим потоком жидкости будет происходить практически мгновенно. Кроме того, при приближенных расчетах потерями давления на псевдооживленном слое можно пренебречь.

Зададим амплитуду и частоту колебаний зеркала (фронта) жидкости соответственно $A = 0,02$ м; $f = 1$ Гц. Амплитуда скорости жидкости при этом равна

$$A_v = \left(\frac{dx}{dt} \right)_{\text{max}} = 2\pi f A = 0,126 \text{ м/с}.$$

Это показывает, что при принятых расчетных параметрах первым слагаемым (характеризующим ламинарную фильтрацию) в этой формуле можно пренебречь. Оценка потерь на трение в соединительной трубе также выявила их малость по сравнению с потерями при фильтрации.

Приведенное выше описание движения суспензии позволяет считать, что в секции, где в данный момент происходит фильтрация жидкости, частицы неподвижны, и сила инерции равна

$$F_{u1} = S_a H \rho_1 \varepsilon \frac{d^2 x}{dt^2}.$$

В момент, где происходит псевдооживление, частицы и жидкость движутся с близкими скоростями, и сила инерции

$$F_{I2} = S_a H [\rho_1 \varepsilon + \rho_2 (1 - \varepsilon)] \frac{d^2 x}{dt^2}.$$

Сила инерции жидкости:

$$M = S_a H [2\rho_1 \varepsilon + \rho_2 (1 - \varepsilon)] + S_T L_T \rho_1 \left(\frac{D}{d}\right)^2. \quad (9)$$

Таким образом, уравнение движения суспензии, вызванное движением в аппарате $z_n(t)$, с учетом принятых допущений может быть записано в виде

$$M \frac{d^2 x}{dt^2} = F_p - B_\phi S_a \left(\frac{dx}{dt}\right) \quad (10)$$

или

$$\frac{M}{S_a} \frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{p_{20} V_{20}}{V_{20} + x S_a - z_{II}(t) S_{II}} - \frac{p_{10} V_{10}}{V_{10} - x S_a} - B_\phi \left(\frac{dx}{dt}\right)^2. \quad (11)$$

Уравнение есть нелинейное дифференциальное уравнение второго порядка. Оно содержит силы инерции, нелинейные силы упругого давления, возмущающую силу и силу квадратичного сопротивления.

Оценим слагаемые, входящие в уравнение, при принятых расчетных параметрах. Пусть для определенности заданы размеры аппарата: $H = 1$ м; $D = 0,273$ м, подводды: $L_T = 0,7$ м; $d = 0,08$ м объемы упругих элементов $V_{10} = V_{20} = 4,42 \cdot 10^{-3}$ м³ и начальное давление в них $p_{10} = p_{20}$ Па (абс). Амплитуда ускорения суспензии равна

$$A_a = \left(\frac{d^2 x}{dt^2}\right)_{\max} = (2\pi f)^2 A, \text{ где } A = 0,79 \text{ м/с}^2.$$

Максимальная величина квадратичного сопротивления при этих параметрах составит $B_\phi(A_V) = 1,007 \cdot 10^5$ Па, а максимум инерционного давления $\frac{M}{S_a} A_a = 1,43 \cdot 10^3$ Па, т.е. на два порядка меньше. Это означает, что в основном сила сжатого в упругих элементах газа затрачивается на преодоление фильтрационного сопротивления. Таким образом, уравнение с учетом малости сил инерции может быть переписано в виде

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\text{sign}[\Delta p(x,t)]}{\sqrt{B_\phi}} \sqrt{|\Delta p(x,t)|}, \quad (12)$$

где sign — функция знака, введенная для учета направления движения жидкости; $\Delta p(x,t)$ — перепад давления в активном и пассивном упругих элементах, определяемый по соотношению

$$\Delta p(x, t) = \frac{p_{20} V_{20}}{V_{20} + x S_a - z_{II}(t) S_{II}} - \frac{p_{10} V_{10}}{V_{10} - x S_a}. \quad (13)$$

Нелинейное обыкновенное дифференциальное уравнение (12) решалось численно методом Рунге-Кутты четвертого порядка при начальном условии $x = 0$ при $t = 0$. Результаты расчетов при приведенных выше расчетных параметрах и при $S_{II} = S_a$, $L = 0,08$ м представлены на рисунке 1, где в безразмерных координатах показаны линии перемещения $\frac{z_{II}}{x_{max}}$, фронта жидкости $\frac{x}{x_{max}}$ в аппарате и скорость жидкости $\frac{u}{\omega L / 2}$ как функция безразмерного времени $\tau = \frac{2\pi t}{\omega}$. Здесь x_{max} — максимальное перемещение фронта жидкости. Из графиков видно, что уже начиная со второго, установившегося периода колебаний линии перемещения и скорости фронта жидкости смещены по фазе на угол $\pi/2$. Кроме того, четко проявляется сдвиг по фазе между перемещением жидкости и поршня примерно на $\pi/3$, обусловленный существенными силами сопротивления при фильтрации. Инерционность системы считается пренебрежимо малой, поэтому отставание фронта жидкости по фазе не должно зависеть от частоты колебаний, что и подтвердилось расчетами.

На рисунке показан аналогичный сдвиг, который наблюдается между линиями давлений в активном и пассивном упругом элементах (линии 1 и 2), а также между линией перепада давления 3 и линией 4. Некоторое опережение фазы давления в активном элементе (линия 1) по сравнению с линией 4 обусловлено тем, что жидкость не успевает опускаться так же быстро, и давление нарастает несколько быстрее. Отметим также заостренность максимумов и притупленность минимумов линии 3 на рисунке 1 и линий 1–3 на рисунке 2, обусловленную нелинейностью законов изменения давления (4), (5).

Важными с точки зрения динамики аппарата и энергосбережения параметрами работы рассматриваемого аппарата являются нагрузка на рабочий орган и затрачиваемая мощность. Мгновенное усилие, приложенное к рабочему органу

$$P_{II} = (p_2 - 10^5) S_{II}.$$

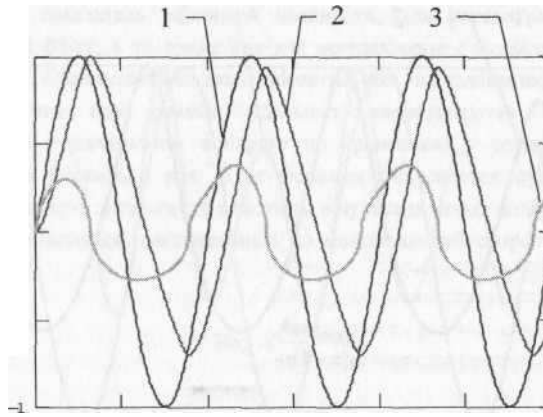


Рис. 1. Безразмерные перемещения рабочего органа z_{II}/x_{max} (1), фронта жидкости x/x_{max} (2) в аппарате и скорость жидкости $u/(0,5 \omega L)$ (3) как функции безразмерного времени τ .

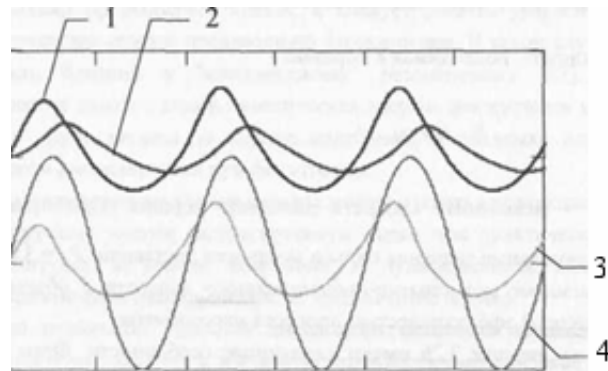


Рис. 2. Давления в активном p_2 , Па (1) и пассивном p_1 , Па (2) упругом элементе, перепад давления Δp , Па (3) как функции безразмерного времени τ , функция $10^5 \sin(2 \pi \tau)$ (4).

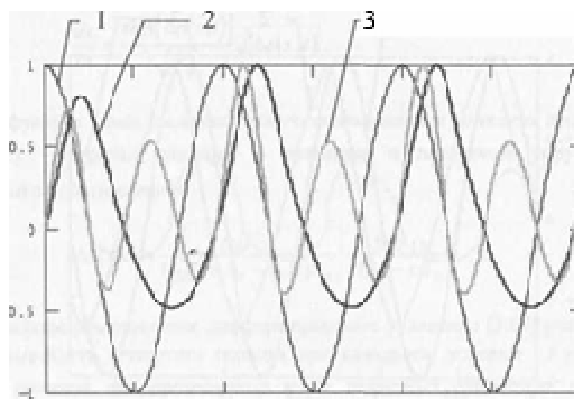


Рис. 3. Безразмерные скорость рабочего органа u/u_{max} (1), сила давления на рабочий орган P_{II}/P_{IIem1} (2) и мощность, подводимая к рабочему органу N_{II}/N_{IImax} (3) как функции безразмерного времени τ .

Мгновенная мощность, подводимая к рабочему органу

$$N_{II} = P_{II} u_{II},$$

где $u_{II} = \frac{dz_{II}}{dt}$ — мгновенная скорость движения рабочего органа. При принятых расчетных параметрах максимальные значения силы и мощности составили $P_{II} = 3,8$ кН, $N_{II} = 584$ Вт, что вполне приемлемо для опытно-промышленного аппарата с объемом около 110 л, обладающего высокой эффективностью процесса массообмена.

Графики на рисунке 3 имеют следующие особенности. Фазы скорости и силы сдвинуты примерно на угол $\pi/2$, как и для линейных систем. Линия мгновенной мощности имеет удвоенную частоту, что справедливо только для случая $p_{20} = 10^5$ Па.

Удельная диссипация мощности

$$\varepsilon_0 = \frac{N_{II \max}}{M_0}, \quad (14)$$

где M_0 — общая масса суспензии в аппарате, как приведенный показатель вводимой мощности, для рассматриваемых расчетных условий равна 5,5 Вт/кг.

Сравнительные экспериментальные исследования, показали, что при равных удельных энергозатратах скорость процесса обработки в предлагаемом аппарате по сравнению с традиционным аппаратом выше в несколько раз. Этот феномен объясняется существенно большей глубиной проникновения экстрагента в частицы в аппаратах импульсного воздействия.

Критерий Рейнольдса, рассчитанный по максимальной скорости в межчастичных каналах u_{max}

$$Re_k = \frac{4\varepsilon u_{max} \rho_1}{s(1-\varepsilon)\mu}$$

при принятых расчетных параметрах равен 37, что соответствует умеренному уровню турбулизации жидкости в межчастичном пространстве.

Таким образом, оба требования, сформулированные нами как необходимые для нормальной работы, в предлагаемом аппарате могут быть достигнуты при относительно малых затратах энергии.

Упрощенное уравнение (12) получено с учетом малой инерционности системы для аппарата сравнительно малых размеров. На практике, при больших габаритах аппарата, инерционными силами пренебрегать нельзя, и следует решать уравнение движения в форме (11), содержащее вторую производную перемещения. В таком случае может быть реализован режим, близкий к "классическому" резонансному [67], при котором потенциальная энергия сжатого газа

и кинетическая энергия движущейся массы жидкости переходят друг в друга дважды за период колебаний, а вводимая энергия практически целиком диссипируется при фильтрации.

На основании проведенного выше анализа можно сделать следующий вывод: для достаточно крупных частиц экстрагируемого сырья при практически реализуемых частотах и амплитудах затухание колебаний в пульсационном аппарате в силу турбулентности режима фильтрации жидкости чрезвычайно велико.

При сравнительно невысокой удельной диссипации мощности возможно достижение значительной амплитуды давления в жидкости, гарантирующей глубокое проникновение экстрагента в поры частиц, а также хорошее обновление жидкости на поверхности частиц. Предлагаемая конструкция может выступать в роли серьезной альтернативы существующим аппаратам.

Характер перемещения перерабатываемого сырья в рабочей камере технологической машины весьма существенно влияет как на режимы процесса, так и на конструкцию самой рабочей камеры.

Известны модели перемещения, например, корнеклубнеплодов и овощей в рабочих камерах очистительных машин, которые являются основой выбора конструкции, в частности различных геометрических параметров таких камер, и кинематических параметров перемещения рабочих органов.

Для рабочих камер в виде цилиндрических обечаек, например машин типа МОК, такие модели к сожалению не учитывают взаимодействие отдельных элементов очищаемого сырья между собой.

Предполагая отдельные очищаемые элементы (например, клубни картофеля) упругими элементами, заменим их (в плоской постановке) жесткими дисками соединенными между собой упругими пружинами. Предположим дополнительно крайний левый клубень закрепленным неподвижно (опертым на основную массу очищаемого картофеля). Взаимодействие трех контактирующих между собой и со стенкой рабочей камеры клубней можно тогда рассматривать в рамках следующей задачи: определить частоты свободных колебаний и найти формы главных колебаний системы с двумя степенями свободы, указанной на рисунке (l_{01} и l_{02} — длины недеформированных пружин 1 и 2).

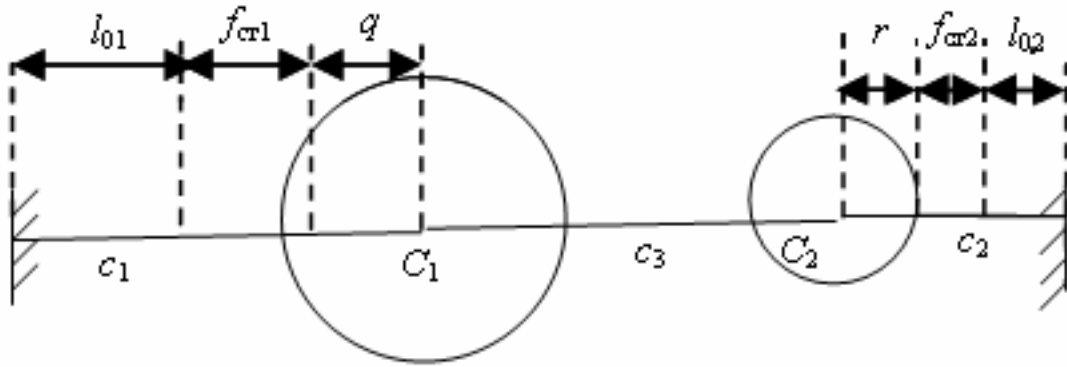


Рис. 4. Модель взаимодействия клубней.

Система состоит из двух однородных дисков, присоединенных к вертикальным поверхностям пружинами с коэффициентами жесткости c_1 и c_2 и соединенных пружиной с коэффициентом жесткости c_3 . В состоянии покоя пружины с коэффициентами жесткости c_1 и c_2 растянуты соответственно на величины f_{cm1} ; f_{cm2} . Пружина с коэффициентом жесткости c_3 сжата на величину $f_{cm1} + f_{cm2}$.

За обобщенные координаты примем: q , r — горизонтальные смещения центров масс дисков 1 и 2 от положения статического равновесия. На рисунке показано положение системы при положительных обобщенных координатах.

Найдем кинетическую и потенциальную энергии системы. Кинетическая энергия системы состоит из кинетической энергии дисков:

$$T = T_1 + T_2 = \frac{m_1 \dot{q}^2}{2} + \frac{J_1 \omega_1^2}{2} + \frac{m_2 \dot{r}^2}{2} + \frac{J_2 \omega_2^2}{2},$$

где \dot{q} , \dot{r} — обобщенные скорости; J_1 , J_2 — моменты инерции дисков относительно осей, проходящих соответственно через их центры масс C_1 и C_2 . Моменты инерции дисков будут $J_i = \frac{m_i r_i^2}{2}$, $i = 1, 2$.

$$\text{Т.к. } \omega_1 = \frac{\dot{q}}{r_1}, \omega_2 = \frac{\dot{r}}{r_2}, \text{ то } T = \frac{3}{4} (m_1 \dot{q}^2 + m_2 \dot{r}^2).$$

Потенциальная энергия системы равна работе сил при перемещении системы из отклоненного положения в нулевое (положение статического равновесия). Потенциальную энергию системы вычислим как потенциальную энергию деформированных пружин. Деформации пружин следующие: $\lambda_1 = q + f_{cm1}$ — для пружины с коэффициентом жесткости c_1 , $\lambda_2 = r + f_{cm2}$ — для пружины с коэффициентом жесткости c_2 ; $\lambda_3 = q + r + f_{cm1} + f_{cm2}$ — для пружины с коэффициентом жесткости c_3 . Следовательно,

$$\begin{aligned} \Pi = & 1/2c_1(q + f_{cm1})^2 - 1/2c_1 f_{c\dot{o}1}^2 + 1/2c_2(r + f_{cm2})^2 - 1/2c_2 f_{c\dot{o}2}^2 \\ & + 1/2c_3(q + r + f_{cm1} + f_{cm2})^2 - 1/2c_3(f_{cm1} + f_{cm2})^2 \end{aligned}$$

или после упрощений

$$\Pi = 1/2c_1q^2 + 1/2c_2r^2 + 1/2c_3(q + r)^2 + c_1qf_{cm1} + c_2rf_{cm2} + c_3(q + r)(f_{cm1} + f_{cm2}).$$

Из условий покоя рассматриваемой системы, находящейся под действием сил, имеющих потенциал, имеем

$$\left(\frac{\partial \Pi}{\partial q} \right)_{\substack{q=0 \\ r=0}} = c_1f_{cm1} + c_3(f_{cm1} + f_{cm2}) = 0, \quad \left(\frac{\partial \Pi}{\partial r} \right)_{\substack{q=0 \\ r=0}} = c_2f_{cm2} + c_3(f_{cm1} + f_{cm2}) = 0.$$

Потенциальная энергия системы с учетом условий покоя имеет вид

$$\Pi = 1/2c_1q^2 + 1/2c_2r^2 + 1/2c_3(q + r)^2.$$

Таким образом,

$$T = \frac{3}{4} (m_1 \dot{q}^2 + m_2 \dot{r}^2), \quad \Pi = 1/2c_1q^2 + 1/2c_2r^2 + 1/2c_3(q + r)^2$$

или

$$T = 1/2(a_{11}\dot{q}^2 + 2a_{12}\dot{q}\dot{r} + a_{22}\dot{r}^2); \quad \Pi = 1/2(c_{11}q^2 + 2c_{12}qr + c_{22}r^2).$$

Здесь a_{ij} — коэффициенты инерции: $a_{11} = \frac{3}{2}m_1$, $a_{12} = 0$, $a_{22} = \frac{3}{2}m_2$; c_{ij} — коэффициенты жесткости: $c_{11} = c_1 + c_3$, $c_{12} = c_3$, $c_{22} = c_2 + c_3$.

Для рассматриваемой консервативной системы уравнения Лагранжа имеют вид

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial T}{\partial q} = -\frac{\partial \Pi}{\partial q}; \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{r}} \right) - \frac{\partial T}{\partial r} = -\frac{\partial \Pi}{\partial r}.$$

Вычислив производные

$$\frac{\partial T}{\partial q} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial \dot{q}} = a_{11}\dot{q}, \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}} \right) = a_{11}\ddot{q}, \quad \frac{\partial \Pi}{\partial x_1} = c_{11}q + c_{12}r,$$

$$\frac{\partial T}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial \dot{r}} = a_{22}\dot{r}, \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{r}} \right) = a_{22}\ddot{r}, \quad \frac{\partial \Pi}{\partial x_2} = c_{21}q + c_{22}r$$

и подставив их в уравнения Лагранжа, получим

$$a_{11}\ddot{q} = -c_{11}q - c_{12}r, \quad a_{22}\ddot{r} = -c_{21}q - c_{22}r, \quad \text{где } c_{21} = c_{12}.$$

Таким образом, для данной системы дифференциальные уравнения свободных колебаний имеют вид

$$a_{11}\ddot{q} + c_{11}q + c_{12}r = 0, \quad a_{22}\ddot{r} + c_{21}q + c_{22}r = 0.$$

Частное решение этих уравнений:

$$q = A \sin(kt + \beta), \quad r = B \sin(kt + \beta),$$

где A и B — амплитуды главных колебаний; k — частоты свободных колебаний; β — начальная фаза колебаний.

Уравнение частот, вытекающее из данной системы дифференциальных уравнений, имеет вид

$$(c_{11} - a_{11}k^2)(c_{22} - a_{22}k^2) - c_{12}^2 = 0.$$

Корни этого биквадратного уравнения, соответствующие квадратам частот, определим по формулам

$$k_{1,2}^2 = \frac{a_{11}c_{22} + a_{22}c_{11} \mp \sqrt{(a_{11}c_{22} + a_{22}c_{11})^2 - 4a_{11}a_{22}(c_{11}c_{22} - c_{12}^2)}}{2a_{11}a_{22}}.$$

В рассматриваемой задаче дано: массы однородных дисков $m_1 = 6$ кг, $m_2 = 4$ кг, коэффициенты жесткости пружин: $c_1 = 20$ Н/см; $c_2 = 30$ Н/см; $c_3 = 10$ Н/см, тогда $a_{11} = (3/2)m_1 = 9$ кг; $c_{11} = c_1 + c_3 = 3000$ Н/м; $c_{12} = c_3 = 1000$ Н/м; $a_{22} = (3/2)m_2 = 6$ кг; $c_{22} = c_2 + c_3 = 4000$ Н/м. Следовательно, частоты свободных колебаний

$$k_1 = 16,9 \text{ с}^{-1}; k_2 = 26,8 \text{ с}^{-1}.$$

Коэффициенты распределения, соответствующие частотам k_1 и k_2 , в общем случае имеют вид

$$\mu_1 = \frac{B_1}{A_1} = -\frac{c_{11} - a_{11}k_1^2}{c_{12} - a_{12}k_1^2} = -\frac{c_{12} - a_{12}k_1^2}{c_{22} - a_{22}k_1^2}; \mu_2 = \frac{B_2}{A_2} = -\frac{c_{11} - a_{11}k_2^2}{c_{12} - a_{12}k_2^2} = -\frac{c_{12} - a_{12}k_2^2}{c_{22} - a_{22}k_2^2}.$$

В данном случае $\mu_1 = -0,43$; $\mu_2 = 3,46$. Уравнения, определяющие первое главное колебание, примут следующий вид:

$$q_1 = A_1 \sin(16,9t + \beta_1), r_1 = -0,43 A_1 \sin(16,9t + \beta_1).$$

Уравнения, определяющие второе главное колебание,

$$q_2 = A_2 \sin(26,8t + \beta_2), r_2 = 3,46 A_2 \sin(26,8t + \beta_2).$$

Общее решение дифференциальных уравнений представляет собой сумму частных решений:

$$q = q_1 + q_2 = A_1 \sin(16,9t + \beta_1) + A_2 \sin(26,8t + \beta_2),$$

$$r = r_1 + r_2 = 0,43 A_1 \sin(16,9t + \beta_1) + 3,46 A_2 \sin(26,8t + \beta_2).$$

Значения A_i и β_i определяются по начальным условиям задачи.

Полученные решения позволяют усовершенствовать конструкцию рабочей камеры, размещая абразивные элементы в тех зонах цилиндрической обечайки, где клубень контактирующий со стенкой камеры наиболее интенсивно прижимается к рабочей поверхности. Эти зоны определяются с учетом скорости вращения цилиндрической оболочки рабочей камеры и собственной частоты колебаний рассмотренной системы из трех прилежащих к рабочей поверхности клубней.

В общем случае на геометрию расположения абразивных полос должны влиять упругие характеристики пружин — модули упругости мякоти картофеля. Этот вывод говорит о том, что учет сезонных изменений структурно-

механических свойств картофеля, например, требует применения различных рабочих органов при очистке свежесобранного картофеля и картофеля прошедшего определенный срок хранения.

Список литературы

1. Алексеев Г.В. Разрешимость обратных экстремальных задач для стационарных уравнений. СПб: Гиорд: 2000. — 21с.
2. Абиев Р.Ш. Теоретические основы энерго- и ресурсосбережения в химической технологии. СПб.: Изд-во ВВМ, 2006. — 188 с.
3. Андреев С.П., Верещагин Ю.Д., Панфилов В.А. и др. Концепция систем технологических процессов как основа систем оборудования для перерабатывающих отраслей АПК России. «Хранение и переработка сельхозсырья», №2, 1994. С. 2–8
4. Переработка продукции растительного и животного происхождения. Под ред. Богомолова А.В. — СПб.: ГИОРД, 2001. — 336 с.
5. Тихонов А.Н., Кальнер В.Д., Гласко В.Б. Математическое моделирование технологических процессов и метод обратных задач в машиностроении. — М.: Машиностроение, 1990. — 264 с.
6. Vegetable peeler №1138772 / Robert Krups // Abridgments of specification division A4.

Process study of food processing by impulse excitation

Golovatskiy V.A.

Saint-Petersburg State University of Refrigeration
and Food Engineering

The present-day domestic economics, as well as world one, is oriented on wasteless technologies that can be realized only due to profound scientific substantiation and acceleration of technological advance. The paper examines parameters (that are important from the point of apparatus dynamics and energy saving) of operation of the equipment in question, labor body load and supplied power. A pattern the processed raw material travels in the working chamber of a technological machine very appreciably influences both on the process behavior and the design of the working chamber proper. The solutions obtained allow improving working chamber design, placing working elements in those zones of the cylindrical shell where raw material to be processed contacts with the chamber wall and most intensively press itself to the effective surface.

Keywords: food raw material processing, impulse excitation, intensification.