

Разработка математической модели пекарной камеры как объекта с сосредоточенными параметрами

В.Б. Данин, А.Ю. Кириков

Санкт-Петербургский государственный университет
низкотемпературных и пищевых технологий

В данной работе рассмотрены вопросы построения математической модели пекарной камеры тоннельной типа. Авторами предлагается математическая модель пекарной камеры, представляющей собой объект с распределенными параметрами как объект со сосредоточенными параметрами. На базе разработанной эквивалентной модели с сосредоточенными параметрами можно сформулировать и дать способ решения задачи оптимальной стабилизации температурного режима пекарной камеры.

Ключевые слова: пекарная камера, система уравнений, математическая модель.

В качестве объекта взята тоннельная печь для выпечки хлеба в объединении ОАО “Каравай”.

Температурное поле тоннельной печи условно разделено на 3 последовательных температурных участка для выпечки движущихся хлебобулочных заготовок с температурами: 120 – 140°C; 270 - 290°C; 180 - 220°C соответственно. Такое деление на участки определяет и конфигурацию математической модели пекарной камеры, которая рассматривается в виде моделей отдельных участков. Схема математической модели показана на рис.1, которая состоит из их последовательного соединения с указанием тепловых потоков между ними и управлений, соответствующих изменению подачи топлива.

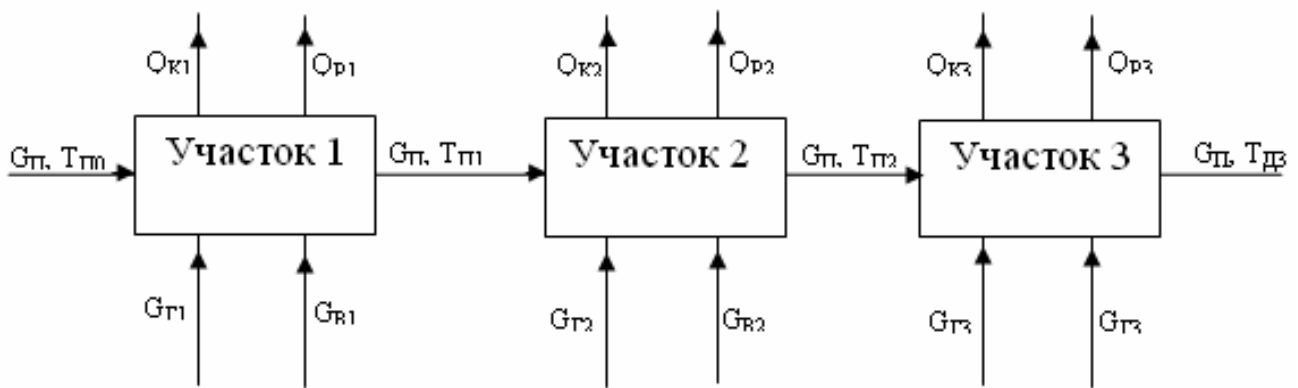


Рис. 1. Схема модели температурных участков.

$G_{П}, G_{Г}, G_{В}$ – расход продукта, газа и воздуха для каждого из участков; $T_{П}, T_{Д}$ – температура продукта и дымовых газов для каждого из участков; $Q_{К}, Q_{Р}$ – количество тепла, излучаемого кладкой и роликами для каждого из участков.

На основании геометрических размеров пекарной камеры (печи) и материалов кладки (футеровки стенок), собственно хлебной заготовки и конвейерного транспорта (роликов) необходимо определить численные значения коэффициентов математической модели для последующих расчетов. В этой связи, целесообразно показать расчет коэффициентов излучения для участков, полагая, что в режиме стабилизации основной поток теплообмена осуществляется излучением. При расчете коэффициентов излучения, важно заранее знать от каких поверхностей передается тепло излучением, а какие поверхности его поглощают. Направленность тепловых потоков будет зависеть от абсолютной температуры поверхностей и объемов. Наибольшей температурой будет обладать продукты сгоревшего топлива (назовем их дымовыми газами) и от них тепловой поток будет направлен к выпекаемому продукту, стенками в виде кладки (или футеровки) и к роликовому транспорту.

При определении математической модели процесса выпекания сделаны следующие предположения:

Температура излучающих поверхностей принимается средней на каждом участке;

Коэффициенты излучения и теплопередачи являются независимыми от температуры в пределах каждого участка;

Теплоемкость тел и воздушной массы также не зависят от температуры, в пределах каждого участка;

Потери в окружающую среду постоянны.

Все эти допущения справедливы при стабилизации температурного поля внутри пекарной камеры, так как отклонения температуры от расчетных режимов не могут быть большими.

Известно что пекарная камера имеет четыре аккумулятора тепла:

- объем нагретой газовой воздушной массы внутри;
- пекарный продукт (полуфабрикат);
- транспортная конвейерная лента (ролики);
- кладка внутренней поверхности камеры.

Поэтому каждый участок в динамике будет описываться системой из четырех дифференциальных уравнений.

Уравнение теплового баланса для объема нагретой газовой воздушной массы

$$\begin{aligned}
 M_{\Gamma} \cdot G_{\Gamma} \cdot d \cdot T_{\Gamma} = & \gamma \cdot \sigma_{\Gamma} \cdot d \cdot t + \sigma_{\Gamma 1} \cdot C_{\Gamma 1} \cdot T_{\Gamma 1} \cdot dt + \sigma_{\Gamma 2} \cdot C_{\Gamma 2} \cdot T_{\Gamma 2} \cdot dt + \\
 & G_{\Pi 1} \cdot C_{\Pi 1} \cdot T_{\Pi 1} \cdot dt - F_{\Gamma} \cdot \sigma_{\Gamma K} \cdot (T_{\Gamma}^4 - T_K^4) \cdot dt - F_p \cdot \sigma_{\Gamma p} \cdot (T_{\Gamma}^4 - T_p^4) \cdot dt - \\
 & F_K \cdot d_K \cdot (T_{\Gamma} - T_K) \cdot dt - F_p \cdot d_p \cdot (T_{\Gamma} - T_p) \cdot dt + G_{\Pi 2} \cdot C_{\Pi 2} \cdot T_{\Pi 2} \cdot dt - \beta \cdot G_{\Pi} \cdot dt - \\
 & G_{\Gamma 2} \cdot C_{\Gamma 2} \cdot T_{\Gamma 2}
 \end{aligned} \tag{1}$$

где:

M_{Γ} - масса дымовых газов в объеме участка;

G_{Γ} - теплоемкость дымовых газов;

T_{Γ} - температура дымовых газов;

γ - удельная теплота сгорания топлива;

G_{Γ} - расход воздуха на сгорание топлива;

G_{Γ} - расход топлива;

G_{Γ} - расход дымовых газов с предыдущего участка;

$T_{\Gamma 1}$ - температура дымовых газов из предыдущего участка;

G_{Π} - расход выпекаемого продукта;

$C_{\Pi 1}$ - теплоемкость продукта на входе в участок;

$C_{\Pi 2}$ - теплоемкость продукта на выходе из участка;

$T_{\Pi 2}$ - температура продукта на выходе из участка;

T_K, T_p - температура поверхности камеры и роликов соответственно;

$\sigma_{\Gamma K}, \sigma_{\Gamma p}$ - коэффициенты излучения;

α_K, α_p - коэффициенты теплопередачи конвекцией;

β - коэффициент химических реакций;

G_{T2}, C_{T2}, T_{T2} - расход, теплоемкость, температура дымовых газов на выходе из участка соответственно.

Уравнение (1) показывает, что в каждый момент времени нагрев газовой смеси (дымовых газов) происходит за счет сгорания топлива, поступления тепла с дымовыми газами с предыдущего участка, поступления тепла с воздухом, поступления тепла с нагретым пекарным продуктом, а охлаждение происходит за счет отдачи тепла роликами и кладкой камеры за счет поглощения тепла на химические реакции, уноса тепла с продуктом и с дымовыми газами, уходящими на следующий участок.

В зависимости от характера теплообмена уравнение (1) будет разным для разных участков. На участке 1 следует учитывать как передачу тепла излучением, так и конвекцией.

На участках 2 и 3 преобладает передача тепла излучением, а передачей тепла конвекцией можно пренебречь. Проведя линеаризацию уравнения (1) и сгруппировав подобные члены выражение примет вид

$$M_G \cdot C_G \cdot \frac{d\Delta T_G}{dt} + [4 \cdot T_G^3 (F_K \cdot \sigma_{TK} + F_P \cdot \sigma_{TP}) + F_K \cdot d_K + F_P \cdot d_P + G_{T2} \cdot C_{T2}] \cdot \Delta T_G = \\ \gamma \cdot \Delta G_T + G_{T1} \cdot C_{T1} \cdot \Delta T_{T1} + G_B \cdot C_B \cdot \Delta T_B + (4 \cdot T_K^3 \cdot F_K \cdot G_{TK} + F_K \cdot \alpha_K) \cdot \Delta T_K + \\ (4 \cdot T_P^3 \cdot F_P \cdot \sigma_{TP} + F_P \cdot \alpha_P) \cdot \Delta T_P - [2G_{II} (T_{II1} - T_{II}) - \beta] \cdot \Delta G_{II} + 2 \cdot G_{II} \cdot C_{II} \cdot \Delta T_{II}$$

Введем обозначение

$$A = 4 \cdot T_G^3 \cdot (F_K \cdot \sigma_{TK} + F_P \cdot \sigma_{TP}) + F_K \cdot \alpha_K + F_P \cdot \alpha_P + G_{T2} \cdot C_{T2}$$

и приведем уравнение (1) к виду

$$\frac{M_G \cdot C_G}{A} \cdot \frac{d\Delta T_G}{dt} + \Delta T_G = \frac{\gamma}{A} \cdot G_T + \frac{G_{T1} \cdot C_{T1}}{A} \cdot \Delta T_{T1} + \frac{G_B \cdot C_B}{A} \cdot \Delta T_B + \\ \frac{4 \cdot T_K^3 \cdot F_K \cdot \sigma_{TK} + F_K \cdot \alpha_K}{A} \cdot \Delta T_K + \frac{4 \cdot T_P^3 \cdot F_P \cdot \sigma_{TP} + F_P \cdot \alpha_P}{A} \cdot \Delta T_P + \\ \frac{2 \cdot G_{II} \cdot (T_{II1} - T_{II}) - \beta}{A} + \frac{2 \cdot G_{II} \cdot C_{II}}{A} \cdot \Delta T_{II} \quad (2)$$

обозначим $\frac{M_{\bar{A}} \cdot C_{\bar{A}}}{A} = T_1$ - постоянная времени газового объема,

$\frac{\gamma}{A}$ - коэффициент передачи объекта по управлению, за которое примем рас-

ход топлива;

Введем обозначения:

$$\begin{aligned} \frac{4 \cdot T_K F_K \cdot G_{ГК} + F_K \cdot \alpha_K}{A} &= a_{12}, & \frac{2 \cdot G_{П} \cdot C_{П}}{A} &= g_2, \\ \frac{4 \cdot T_P F_P \cdot G_{ГП} + F_P \cdot \alpha_P}{A} &= a_{13}, & \frac{2 \cdot G_{Г1} \cdot C_{Г1}}{A} &= g_3, \\ \frac{2 \cdot G_{П} \cdot (T_{П1} - T_{П})}{A} &= g_1, & \frac{2 \cdot G_B \cdot C_B}{A} &= g_4. \end{aligned}$$

С учетом введенных обозначений уравнение (1) примет вид для объема газовой смеси внутри камеры

$$T_1 \frac{d \cdot \Delta T}{dt} + \Delta T_{Г} = b \cdot \Delta G_{Г} + a_{12} \cdot \Delta T_K + a_{13} \cdot \Delta T_P + g_1 \cdot \Delta G_{П} + g_2 \cdot \Delta T_{П1} + g_3 \cdot \Delta T_{Г1} + g_4 \cdot \Delta T_B, \quad (3)$$

здесь $\Delta G_{П}$ - расход выпекаемого продукта;

$\Delta T_{Г1}$ - температура входящих газовой смеси;

$\Delta T_{П1}$ - температура входящего в печь продукта;

ΔT_B - температура окружающего воздуха, которую как правило, считают постоянной.

Изменение подачи топлива (сгораемого газа) считают управляющим воздействием.

Если все возмущения принять равным нулю, а приращение управления не равно нулю, то уравнение (3) вырождается в уравнение вида

$$T_1 \frac{d \Delta T_{Г}}{dt} + \Delta T_{Г} = b \cdot \Delta G_{Г} + a_{12} \cdot \Delta T_K + a_{13} \cdot \Delta T_P. \quad (4)$$

Если все возмущения, кроме $\Delta G_{П}$, в уравнении равны нулю, то уравнение (4) приобретает вид

$$T_1 \frac{d \Delta T_{Г}}{dt} + \Delta T_{Г} = a_{12} \cdot \Delta T_K + a_{13} \cdot \Delta T_P + g_1 \Delta G_{П}. \quad (5)$$

Аналогично следует поступить и при определении уравнения теплового баланса для выпекаемого продукта.

$$\begin{aligned} M_{П} \cdot C_{П} \cdot dT_{П} &= F_{П} \cdot G_{ГП} (T_{Г}^4 - T_{П}^4) \cdot dt + F_{П} \cdot G_{КП} (T_{К}^4 - T_{П}^4) \cdot dt + \\ &F_{П} \cdot \alpha_{П} \cdot (T_{Г} - T_{П}) \end{aligned}, \quad (6)$$

где $M_{П}$ и $C_{П}$ - масса и теплоемкость выпекаемого продукта;

$F_{П}$ - площадь продукта (заготовки);

$\sigma_{ГП}$ и $\sigma_{КП}$ - коэффициенты излучения;

$\alpha_{П}$ - коэффициент теплопередачи;

$T_{\Pi}, T_{Г}, T_{К}$ - температуры продукта, газовой смеси, кладки внутри камеры.

Уравнение (6) показывает, что выпекаемый продукт нагревается за счет излучения от газовой смеси (от сгорания газа) и от стенок камеры, и за счет теплопередачи конвекцией от сгоревшего газа.

Проводя линеаризацию уравнения (6) и перегруппировав члены, получим

$$\frac{M_{\Pi} \cdot C_{\Pi}}{B} \cdot \frac{d\Delta T_{\Pi}}{dt} + \Delta T_{\Pi} = \frac{4 \cdot T_{Г}^3 \cdot F_{\Pi} \cdot G_{Г\Pi} + F_{\Pi} \cdot \alpha_{\Pi}}{B} \cdot \Delta T_{Г} + \frac{4 \cdot T_{К} \cdot F_{К} \cdot G_{К\Pi}}{B} \cdot \Delta T_{К}, \quad (7)$$

где $B = 4 \cdot T_{\Pi} \cdot (F_{\Pi} \cdot G_{Г\Pi} + F_{\Pi} \cdot G_{К\Pi}) + F_{\Pi} \cdot \alpha_{\Pi}$.

С учетом обозначений:

$$\frac{M_{\Pi} \cdot C_{\Pi}}{B} = T_2 - \text{постоянная времени выпекаемого продукта,}$$

$$\frac{4T_{Г} \cdot F_{\Pi} \cdot G_{Г\Pi} + F_{\Pi} \cdot \alpha_{\Pi}}{B} = a_{21}; \quad \frac{4T_{К} \cdot F_{К} \cdot G_{К\Pi}}{B} = a_{22};$$

уравнение (7) примет вид

$$T_2 \frac{d\Delta T_{\Pi}}{dt} + \Delta T_{\Pi} = a_{21} \cdot \Delta T_{Г} + a_{22} \cdot \Delta T_{К}. \quad (8)$$

Уравнение теплового баланса роликового конвейерного транспорта

$$M_p \cdot C_p \cdot dT_p = F_p \cdot \sigma_p (T_{Г}^4 - T_p^4) \cdot dt + F_p \cdot \sigma_{Кр} (T_{К}^4 - T_p^4) \cdot dt + F_p \cdot \alpha_p (T_{Г} - T_p) \cdot dt - Q_p \cdot dt, \quad (9)$$

где M_p, C_p - масса и теплоемкость роликов транспорта соответственно;

F_p - площадь роликов;

$\sigma_{Гр}, \sigma_{Кр}$ - коэффициенты излучения;

α_p - коэффициент теплопередачи;

$T_p, T_{К}, T_{Г}$ - температура роликов, стенок печи и газовой смеси внутри печи соответственно;

Q_p - потери в окружающую среду через площадь роликового транспорта.

Уравнение (9) показывает, что ролики нагреваются за счет излучения от нагретого газом воздушного объема и стенок печи и за счет теплопередачи от сгоревшего газа, а охлаждаются за счет потерь через концы в окружающую среду.

Проведя линеаризацию уравнения (9) и группируя соответствующим образом члены, получим уравнение вида

$$\frac{M_p \cdot C_p}{D} \cdot \frac{d\Delta T_p}{dt} + \Delta T_p = \frac{4 \cdot T_C^3 \cdot F_p \cdot \sigma_{ГР} + F_p \cdot \alpha_p}{D} \cdot \Delta T_{Г} + \frac{4 \cdot T_K^3 \cdot \sigma_{КР} \cdot F_p}{D} \cdot \Delta T_K - \frac{\Delta Q_p}{D} \quad (10)$$

где обозначены

$$\frac{M_p \cdot C_p}{D} = T_3 - \text{постоянная времени роликов;}$$

$$\frac{4 \cdot T_{Г}^3 \cdot F_p \cdot \sigma_{ГР} + F_p \cdot \alpha_p}{D} = a_{31}; \quad \frac{4 \cdot T_K^3 \cdot F_p \cdot \sigma_{КР}}{D} = a_{32}; \quad \frac{1}{D} = g_p;$$

$$D = 4 \cdot T_p \cdot (F_p \cdot \sigma_{ГР} + F_p \cdot \sigma_{КР}) + F_p \cdot \alpha_p.$$

С учетом принятых обозначений получим уравнение для роликового транспорта

$$T_3 \cdot \frac{d\Delta T_p}{dt} + \Delta T_p = a_{31} \cdot \Delta T_{Г} + a_{32} \cdot T_K.$$

Уравнение теплового баланса для стенок (кладки) печи примет вид

$$M_K \cdot C_K \cdot \frac{dT_K}{dt} = F_K \cdot \sigma_{ГК} \cdot (T_{Г}^4 - T_K^4) \cdot dt + F_K \cdot \sigma_{ПК} \cdot (T_{П}^4 - T_K^4) \cdot dt + F_K \cdot \sigma_{КР} \cdot (T_{Р}^4 - T_K^4) \cdot dt + F_K \cdot \alpha_K \cdot (T_{Г} - T_K) \cdot dt - Q_K \cdot dt \quad (11)$$

где M_K, C_K - масса и теплоемкость кладки стенок соответственно;

F_K - площадь внутренней поверхности кладки;

$\sigma_{ГК}, \sigma_{КР}, \sigma_{ПК}$ - коэффициенты излучения,

α_K - коэффициент теплопередачи;

$T_K, T_{П}, T_{Г}, T_{Р}$ - температура поверхности кладки, продукта, газовой смеси внутри камеры, роликового транспорта соответственно.

Уравнение (11) показывает, что кладка печи нагревается за счет излучения от газового объема и теплопередачи от газового объема и охлаждается за счет потерь в окружающую среду, нагревается и охлаждается за счет излучения на транспорт и продукт.

Проведя линеаризацию уравнения (11) и группируя соответствующим образом члены уравнения, получим

$$\begin{aligned} \frac{M_K \cdot C_K}{E} \cdot \frac{d\Delta T_K}{dt} + \Delta T_K = \frac{4 \cdot T_\Gamma^3 \cdot F_K \cdot G_{\Gamma K} + F_K \cdot \alpha_K}{E} \cdot \Delta T_\Gamma + \\ \frac{4 \cdot T_\Pi^3 \cdot G_K \cdot F_{K\Pi}}{E} \cdot \Delta T_\Pi + \frac{4 \cdot T_P^3 \cdot F_K \cdot G_{KP}}{E} \Delta T_P - \frac{\Delta Q_K}{E} \end{aligned} \quad (12)$$

$$E = 4 \cdot T_R \cdot (F_R \cdot \sigma_{\Gamma K} + F_K \cdot \sigma_{K\Pi}) + F_K \cdot \alpha_K.$$

Обозначим: $\frac{M_K \cdot C_K}{E} = T_4$ - постоянная времени кладки;

$$\frac{4 \cdot T_\Gamma^3 \cdot F_K \cdot G_{\Gamma K} + F_K \cdot \alpha_K}{E} = a_{41}; \quad \frac{4 \cdot T_\Pi^3 \cdot F_K \cdot G_{\Pi P}}{E} = a_{44}; \quad \frac{4 \cdot T_P^3 \cdot F_P \cdot G_{EP}}{E} = a_{43}.$$

С учетом перечисленных обозначений уравнение (12) примет вид

$$T_4 \cdot \frac{d\Delta T_K}{dt} + \Delta T_K = a_{41} \cdot \Delta T_\Gamma + a_{44} \cdot \Delta T_\Pi + a_{43} \cdot \Delta T_P. \quad (13)$$

Запишем систему уравнений для участка печи, приняв все возмущения равным нулю, кроме подачи в печь пекарной заготовки (продукта):

$$\begin{aligned} T_1 \cdot \frac{d\Delta T_\Gamma}{dt} + \Delta T_\Gamma = b \cdot \Delta G_\Gamma + a_{12} \cdot \Delta T_K + a_{13} \cdot \Delta T_P + g_1 \cdot \Delta G_\Pi; \\ T_2 \cdot \frac{d\Delta T_\Pi}{dt} + \Delta T_\Pi = a_{21} \cdot \Delta T_\Gamma + a_{22} \cdot \Delta T_K; \\ T_3 \cdot \frac{d\Delta T_P}{dt} + \Delta T_P = a_{31} \cdot \Delta T_\Gamma + a_{32} \cdot \Delta T_K; \\ T_4 \cdot \frac{d\Delta T_K}{dt} + \Delta T_K = a_{41} \cdot \Delta T_\Gamma + a_{43} \cdot \Delta T_P + a_{44} \Delta T_\Pi. \end{aligned} \quad (14)$$

Если поставить задачу расчета изменения температур при изменении управляющего воздействия на одинаковую величину во всех участках, и принять возмущения равными нулю, то уравнение статики примет вид

$$\begin{aligned} \Delta T_\Gamma = b \cdot \Delta G_\Gamma + a_{12} \cdot \Delta T_K + a_{13} \cdot \Delta T_P; \\ \Delta T_\Pi = a_{21} \cdot \Delta T_\Gamma + a_{22} \cdot \Delta T_K; \\ \Delta T_P = a_{31} \cdot \Delta T_\Gamma + a_{32} \cdot \Delta T_K; \\ \Delta T_K = a_{41} \cdot \Delta T_\Gamma + a_{43} \cdot \Delta T_P + a_{44} \Delta T_\Pi. \end{aligned} \quad (15)$$

Дав приращение в подаче топлива ΔG_Γ получим приращение температур на каждом участке.

Заключение

Полученная модель пекарной камеры, состоящая из разбитых (условно) на три участка газового объема, состоящая из 12-ти дифференцированных уравнений и имеющая три управляющих воздействия является весьма информативной.

С ее помощью можно имитировать воздействие тепловых потоков и излучающих объемов и поверхностей, что оказывает неоценимую помощь при проектировании систем управления.

Однако при определении коэффициентов дифференциальных уравнений большую погрешность вносят усреднения температур излучающих поверхностей. Устранить этот недостаток в какой-то мере можно, если участки разбить на секции, но тогда возрастет и существенно количество уравнений и их решение вызовет значительные трудности.

Можно избрать и иной путь – составить математическую модель объекта как объекта с распределенными параметрами. Но тогда решение проблем сводится к решению нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных с несколькими управлениями и сложными краевыми и начальными условиями, что является практически необозримой задачей, даже при современном уровне вычислительных средств.

Однако можно пойти на компромисс и получить сравнительно грубую, но линейную модель, позволяющую сравнительно легко анализировать тепловые процессы в объекте и проектировать для нее систему управления. В дополнение следует отметить тот факт, что все температурные поля (по участкам) предлагались равномерными. Однако это довольно грубое приближение и допущение. Температурное поле на каждом участке неравномерно и зависит от расположения источников тепла (газовых горелок) смешения продуктов сгорания, местных подсосов и потерь тепла через стенки и транспорт. Поэтому реальные температуры могут отличаться от расчетных. Это также вносит определенные трудности при реализации алгоритмов управления. Для практических нужд эта модель может быть использована в нескольких направлениях. Если ориентироваться на использование средств вычислительной техники, то представленная модель даст возможность построить температурное поле всего теплового объекта в статическом режиме, исходя из этого рассчитать расходы топлива на каждом участке, компенсирующие отклонения температуры от заданной.

Сложным является вопрос о стабилизации температуры на каждом из участков из-за многосвязности объекта, его переменных коэффициентов и многочисленных возмущений. В этом случае целесообразно применить теории аналитического конструирования регуляторов (следуя Шаталову или Калману) с неполной информацией о векторе состояния, применив наблюдателя на основе полученной математической модели.

Можно пойти и традиционным путем конструирования локальных регуляторов с типовыми алгоритмами. Для этих целей модель может быть трансформирована в передаточные функции (по управлению, по возмущению).

Для реализации поставленной цели в общем виде введем следующие обозначения: x_1 – температура дымовых газов, x_2 – температура кладки печи, x_3 – температура продукта, x_4 – температура роликового транспорта. С учетом введенных обозначений запишем в общем виде систему уравнений для отдельного участка печи

$$\begin{aligned}
 T_1 \frac{dx_1}{dt} + x_1 &= b_1 \cdot u + a_{12} \cdot x_2 + a_{14} \cdot x_4 \\
 T_2 \frac{dx_2}{dt} + x_2 &= a_{21} \cdot x_1 + a_{23} \cdot x_3 + a_{24} \cdot x_4 \\
 T_3 \frac{dx_3}{dt} + x_3 &= a_{31} \cdot x_1 + a_{32} \cdot x_2 - b_2 \cdot G \\
 T_4 \frac{dx_4}{dt} + x_4 &= a_{41} \cdot x_1 + a_{42} \cdot x_2
 \end{aligned} \tag{16}$$

Разделим все уравнения (16) на постоянную времени T_i ($i=1..4$) и получим систему уравнений в нормальной форме

$$\begin{aligned}
 x_1 &= \frac{1}{T_1} \cdot x_1 + \frac{a_{12}}{T_1} \cdot x_2 + \frac{a_{13}}{T_1} \cdot x_3 + \frac{a_{14}}{T_1} \cdot x_4 + \frac{b_1}{T_1} \cdot u + 0 \cdot G; \\
 x_2 &= \frac{a_{21}}{T_2} \cdot x_1 + \frac{a_{22}}{T_2} \cdot x_2 + \frac{a_{23}}{T_2} \cdot x_3 + \frac{a_{24}}{T_2} \cdot x_4 + 0 \cdot u + 0 \cdot G; \\
 x_3 &= \frac{a_{31}}{T_3} \cdot x_1 + \frac{a_{32}}{T_3} \cdot x_2 - \frac{1}{T_3} \cdot x_3 + 0 \cdot x_4 + 0 \cdot u + \frac{b_2}{T_3} \cdot G; \\
 x_4 &= \frac{a_{41}}{T_4} \cdot x_1 + \frac{a_{42}}{T_4} \cdot x_2 + 0 \cdot x_3 - \frac{1}{T_4} \cdot x_4 + 0 \cdot u + 0 \cdot G.
 \end{aligned} \tag{17}$$

В векторно-матричной форме уравнение (17) будет

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{a_{11}}{T_1} & \frac{a_{12}}{T_1} & \frac{a_{13}}{T_1} & \frac{a_{14}}{T_1} \\ \frac{a_{21}}{T_2} & -\frac{a_{22}}{T_2} & \frac{a_{23}}{T_2} & \frac{a_{24}}{T_2} \\ \frac{a_{31}}{T_3} & \frac{a_{32}}{T_3} & -\frac{a_{33}}{T_3} & \frac{a_{34}}{T_3} \\ \frac{a_{41}}{T_4} & \frac{a_{42}}{T_4} & \frac{a_{43}}{T_4} & -\frac{a_{44}}{T_4} \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} \frac{b_1}{T_1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{b_2}{T_3} \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Составим характеристический полином в виде

$$A(s) = \Delta_0(s) = a_0 \cdot s^4 + a_1 \cdot s^3 + a_2 \cdot s^2 + a_3 \cdot s + a_4.$$

Определим полином числителя при $C=0$

$$B(s) = b_0 \cdot s^3 + b_1 \cdot s^2 + b_2 \cdot s + b_3.$$

полином числителя при $B=0$

$$\tilde{N}(s) = c_0 \cdot s^3 + c_1 \cdot s^2 + c_2 \cdot s + c_3.$$

Тогда передаточная функция по управляющему воздействию $U \neq 0, G = 0$

$$W_{14}(s) = \frac{x_1(s)}{u(s)} = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{b_0 \cdot s^3 + b_1 \cdot s^2 + b_2 \cdot s + b_3}{a_0 \cdot s^4 + a_1 \cdot s^3 + a_2 \cdot s^2 + a_3 \cdot s + a_4}.$$

Передаточная функция по возмущению $G \neq 0, U = 0$

$$W_{10}(s) = \frac{c_0 \cdot s^3 + c_1 \cdot s^2 + c_2 \cdot s + c_3}{a_0 \cdot s^4 + a_1 \cdot s^3 + a_2 \cdot s^2 + a_3 \cdot s + a_4}.$$

Полученная математическая модель пекарной камеры (печи) как объекта с сосредоточенными параметрами является весьма познавательной с ее помощью можно понять взаимодействие тепловых потоков и излучающих объемов и поверхностей, что бывает весьма полезно при проектировании систем управления тепловыми объектами.

Список литературы:

1. Михелев А.А. Справочник по хлебопекарному производству. е1. Оборудование и тепловое хозяйство. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.;Пищевая промышленность, 1977 – 368 с.

A mathematical model of a baking chamber as an object with lumped parameters

Danin V.B., Kirikov A.U.

Saint-Petersburg State University of Refrigeration
and Food Engineering

The paper considers the development of a mathematical model for a tunnel-type baking chamber. The workers propose to represent the mathematical model of a baking chamber (an object) with distributed constants as that with lumped parameters. On the basis of the developed equivalent model with lumped parameters it is possible to formulate and give a solution for the problem of optimal stabilization of temperature conditions in a baking chamber.

Keywords: baking chamber, a set of equations, mathematical model.