

## Оценка изменения точности дозирования черпаковым дозатором при учете волнообразования

Д.т.н. Алексеев Г.В., аспирант Громцев А.С.

К числу дозаторов для жидких продуктов с повышенной точностью относят черпаковые дозаторы [1].

Представляет интерес вопрос об изменении точности дозирования ими для жидких сред с различными структурно-механическими свойствами.

Для теоретической оценки параметров точности дозирования жидких продуктов черпаковым дозатором, записывая уравнение неразрывности для потока из малой ванны в черпаковый дозатор, после линеаризации относительно колебаний высоты уровня  $\Delta h$ , получаем дифференциальное уравнение движения зеркала жидкости в малой ванне:

$$\frac{d(\Delta h)}{dt} = \frac{Q_{\Pi} - Q_{P} - v_{\text{сл}} B \Delta h}{F_{3M}} \quad (1)$$

где  $v_{\text{сл}}$  – скорость сливающейся избыточной жидкой среды из малой ванны в общую.

Производительность по приходящей из большого черпака жидкости:

$$Q_n = \frac{n \cdot D}{2\pi} \cdot \omega.$$

Производительность по расходуемой малым черпаком жидкой среде:

$$Q_p = \frac{n \cdot d}{2\pi} \cdot \omega.$$

Скорость слива можно определить в соответствии с предложенными П.Г.Романковым и сотрудниками представлениями о «течении падающей пленки» [2].

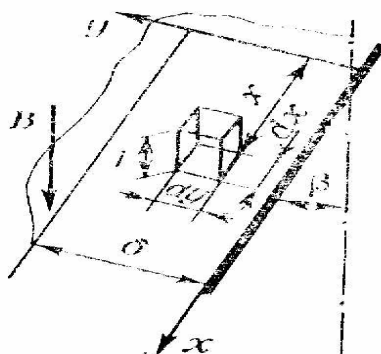


Рис.1. Стеkanie вязкой жидкости по стенке под действием силы тяжести

Для одномерного движения ламинарно стекающей по плоской стенке вязкой жидкости, находящейся в равновесии под действием сил тяжести и внутреннего трения, уравнение Навье-Стокса можно записать в виде:

$$\rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} = \frac{\partial w_x}{\partial x} + w_x \frac{\partial w_x}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_y}{\partial y} \quad (2)$$

а уравнение неразрывности при этом будет выглядеть следующим образом

$$\frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} = 0 \quad (3)$$

Граничные условия запишутся в виде:

- на поверхности пленки  $\mu \cdot (\partial w_x / \partial y) = 0, y = \Delta h,$
- на поверхности стенки  $w_x = w_y = 0.$

После упрощения уравнение ламинарного движения пленки примет вид

$$\frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} + \rho \cos \beta = 0 \quad (4)$$

Интегрирование этого уравнения с учетом граничных условий позволяет получить выражение

$$v_{cn} = \rho g \cos \beta (\Delta h)^2 / 3\mu \quad (5)$$

Дифференциальное уравнение движения зеркала жидкости в малой ванне примет следующий вид:

$$\frac{d(\Delta h)}{dt} = \frac{3n \cdot \omega \cdot \mu \cdot (D-d) - 2\pi \cdot \rho \cdot g \cos \beta \cdot B(\Delta h)^3}{6\pi \cdot \mu \cdot F_{3.м}} \quad (6)$$

В общем случае полученное уравнение (6) представляет собой математическое описание процесса регулирования уровня неполным притоком.

Разделим переменные в полученном дифференциальном уравнении и запишем его в виде:

$$\frac{d(\Delta h)}{a^3 - (\Delta h)^3} = c \cdot dt \quad (7)$$

где  $a^3 = \frac{3n \cdot \omega \cdot \mu \cdot (D-d)}{2\pi \cdot \rho \cdot g \cdot \cos \beta \cdot B}; c = \frac{\rho \cdot g \cdot \cos \beta \cdot B}{3\mu \cdot F_{3.м}}.$

Интегрируя левую и правую части равенства (7), получим решение в виде

$$\frac{-1}{3a^2} \ln(a - \Delta h) + \frac{1}{6a^2} \ln(a^2 + a\Delta h + \Delta h^2) + \frac{\sqrt{3}}{3a^2} \arctan\left[\frac{\sqrt{3}}{3a^2}(a + 2\Delta h)\right] = ct + A_0.$$

Из условия  $\Delta h = 0$  при  $t = 0$  найдем постоянную  $A_0 = \frac{\sqrt{3\pi}}{18a^2}.$

Окончательно решение уравнения (6) запишем в виде

$$\frac{-1}{3a^2} \ln(a - \Delta h) + \frac{1}{6a^2} \ln(a^2 + a\Delta h + \Delta h^2) + \frac{\sqrt{3}}{3a^2} \arctan\left[\left(\frac{\sqrt{3}}{3a^2} a + 2\Delta h\right)\right] = ct + \frac{\sqrt{3}}{18a^2} \quad (8)$$

Максимальное значение погрешности дозы, составляет тогда:

$$\Delta d = F_{ч.м.} \cdot \Delta h = F_{ч.м.} \cdot \frac{F_{ч.б.}}{F_{з.м.}} \cdot \Delta S \quad (9)$$

Анализ этого детерминированного статического уравнения показывает, что для минимизации погрешности дозирования конструктивными методами, следует уменьшать площади зеркал поверхности жидкости в большом и малом черпачках, увеличивать площадь зеркала жидкости в малой ванне и уменьшать ширину зоны нечувствительности поплавкового регулятора.

Из анализа дифференциального уравнения динамики колебаний зеркала жидкости в малой ванне следует, что для уменьшения величины  $\Delta h$  необходимо по возможности сближать значения  $D$  и  $d$ , а так же увеличивать ширину  $B$  малой ванны и уменьшать угол передней стенки малой ванны  $\beta$ . Желательно также уменьшать произведения  $(n \cdot \omega)$ . Кроме того, точность при одном и том же времени дозирования увеличивается для менее вязких и более тяжелых жидкостей.

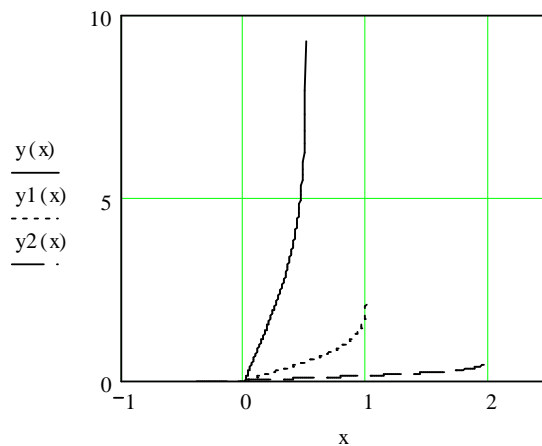


Рис.2. Взаимосвязь точности и времени дозирования для разных значений параметра  $a$  ( $x$  – отклонение  $\Delta$ ;  $y$  – время дозирования)

Графики рис.2. построенные по формуле (8) подтверждают эти выводы, поскольку с увеличением  $a$  соответствующие кривые становятся все более пологими и увеличивается скорость потери точности дозирования по времени.

Выполненный анализ предполагает ламинарный характер движения падающей пленки дозируемой жидкости из малой ванны. По мнению некоторых авторов этот характер весьма существенно зависит от величины числа Рейнольдса для рассматриваемого течения. Так, например, в [2] приводятся сведения о том, что эта величина влияет следующим образом:

–  $Re < 4-25$  - ламинарное движение жидкости без волнообразования;

- $4 \cdot 25 < Re < 1000-2000$  - ламинарное течение жидкости с волнообразованием;
- $Re > 1000-2000$  - турбулентное движение жидкости.

По некоторым данным волнообразование начинается уже при  $Re = 12$ , причем при этом средняя толщина пленки увеличивается и достигает значений

$$\Delta h_{cp} = \Delta h (Re/Re_{кр})^{1/5} \quad (10)$$

При исследовании эффекта волнообразования на поверхности пленки П.Л.Капицей и С.П.Капицей было установлено, что волнообразование на стекающей пленке начинается при  $Re > 30$ , причем критическое значение критерия Рейнольдса может быть вычислено по формуле

$$Re_{кр} = 2,34 k_F^{0,09} \quad (11)$$

где  $k_F = \frac{\sigma^3 \rho}{\mu^4 g}$  - волновое число, характеризующее действие поверхностных сил ( $\sigma$  – поверхностное натяжение).

Результаты указанных исследований свидетельствуют о том, что точность дозирования черпаковым дозатором ( $\Delta h$ ) непосредственно зависит от режима течения ингредиентов, который в свою очередь связан с важнейшими реологическими показателями.

Для уточнения указанных сведений проведен эксперимент по определению поверхностного натяжения  $\sigma$  капиллярным методом для важнейших ингредиентов дозируемых черпаковым дозатором при приготовлении теста.

Используя найденные при проведении экспериментов значения величин поверхностного натяжения важнейших ингредиентов можно оценить критические значения критерия Рейнольдса по формуле (11). Эти величины для воды и обезжиренного молока, например, составили  $Re_{вод} = 74,535$ ;  $Re_{мол} = 65,727$ .

Принимая во внимание критическое значение критерия Рейнольдса (по Капице С.П.) равное  $Re_{кр} = 30$ , следует учитывать возможность волнообразования при сливе из малой ванны. Подставляя эти значения в формулу (10) можно вычислить поправочный коэффициент для точности дозы для формулы (9). Для воды и обезжиренного молока эти коэффициенты соответственно равны  $K_{вод} = 1,20$  и  $K_{мол} = 1,17$ .

Выполненные числовые оценки говорят о том, что волнообразование при течении дозируемых ингредиентов снижает точность дозирования и должно учитываться при проектировании черпаковых дозаторов.

## Список литературы

1. Зильберштейн Г.Д., Бондарук В.С., Полторац М.И. Дозировочная станция непрерывного действия для жидких компонентов. Б8 – ХДМ. Хлебопечение России. М.: 1998, № 5, с.16.
2. Романков П.Г., Курочкина М.И. Гидромеханические процессы химической технологии. Химия, Л., 1982, 288 с.