

УДК 637.02я73

## **Разработка математической модели процесса измельчения мясного сырья в волчках**

Пеленко В. В., Арет В. А., Кайка А. Х.,  
Тарабановский Ф. Б., Ольшевский Р. Г., Бобров С. В., Зуев Н. А.

*Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет ИТМО  
Институт холода и биотехнологий  
191002, Санкт-Петербург, ул. Ломоносова, 9*

*Получено математическое выражение для производительности волчка в зависимости от его основных конструктивных параметров, а также с учетом диссипативных потерь энергии на трение и деформацию.*

*Ключевые слова:* производительность, диаметр, трение.

---

## **Development of the mathematical model of the chopping process of meat raw materials in the top**

Pelenko V. V., Aret V. A., Kajka A. H.,  
Tarabanovskij F. B., Ol'shevskij R. G., Bobrov S. V., Zuev N. A.

*National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics  
Institute of Refrigeration and Biotechnologies  
191002, St. Petersburg, Lomonosov str., 9*

*The mathematical expression for the productivity of the top, depending on the basic design parameters and with the allowance for dissipative of energy loss for friction and deformation.*

*Keywords:* productivity, diameter, friction.

---

О необходимости разработки корректной математической модели расчета конструктивных элементов волчков и параметров процесса измельчения свидетельствует недостаточное научное обоснование разрабатываемых вариантов измельчителей, подтверждаемое скудным освещением теории резания в литературе, а также тем многообразием резательной техники, которая переполняет витрины предприятий розничной и оптовой торговли этим оборудованием. Такое положение дел обусловлено рядом объективных обстоятельств, среди которых определяющим является то

количество характеристик, по которому необходимо осуществлять оптимизацию волчков.

Одним из подходов, позволяющих учесть влияние на процесс измельчения максимального количества определяющих факторов, является энергетический. Таким образом, будем прописывать математическую модель процесса в форме уравнения движения измельчаемого материала начиная от загрузочной камеры и до его истечения из выходной решетки после резания.

Рассмотрим схему сил, действующих на элементы волчка в процессе перемещения сырья и его резания, представленную на рисунке 1.

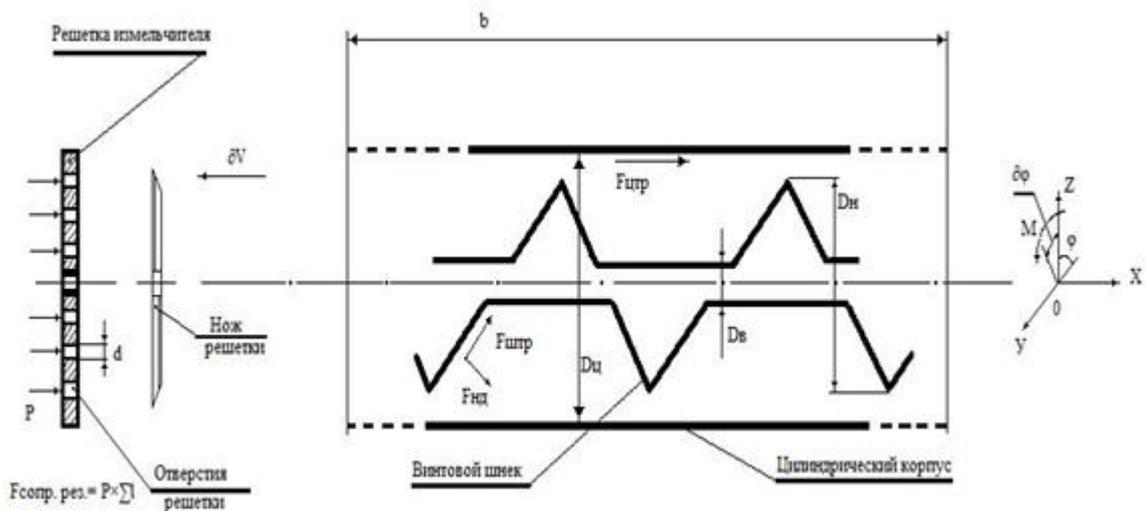


Рис.1. Расчетная схема волчка.

На выходе из волчка силами привода преодолеваются силы сопротивления, обусловленные усилиями разрушения измельчаемого сырья о лезвийные кромки ножа и кромки отверстий ножевой решетки при продавливании его винтовым шнеком, а также силами трения продукта о внутреннюю поверхность отверстий, поверхность шнека, поверхность корпуса и силами упругопластического сопротивления конструктивных элементов, уменьшающих проходное сечение как в осевом, так и в радиальном направлениях перемещения продукта.

Основными конструктивно-технологическими характеристиками волчка являются [1] следующие параметры.

Внутренний диаметр цилиндрического корпуса  $D_{ц}$ ; наружный диаметр червяка (шнека)  $D_{н}$ ; внутренний диаметр шнека  $D_{в}$ ; количество ребер (выступов, канавок,

шлицев) противоскольжения цилиндрического корпуса  $t$ ; размеры сечения ребра противоскольжения  $\Delta_{\text{шл,вшл}}$ ; угол наклона образующей ребра к продольной оси цилиндрического корпуса  $\beta_{\text{шл}}$ ; длина цилиндрического корпуса  $b$ ; количество витков шнека  $k$ ; угол наклона передней винтовой поверхности шнека к его оси  $\gamma$ ; количество отверстий измельчительной решетки  $n$ ; толщина измельчительной решетки  $\delta$ ; коэффициент трения скольжения сырья по поверхности шнека  $f$ ; длина лезвийной кромки ножа  $l$ ; ширина лезвия ножа  $\Delta$ ; толщина лезвия ножа  $\delta_n$ ; количество перьев ножа  $m$ ; угол скольжения  $\alpha$ ; угол заточки лезвия ножа  $\beta$ ; диаметр слепого пятна решетки  $d_{\text{сл}}$ ; угловая скорость вращения шнека  $\omega$ ; удельное усилие разрушения сырья кромкой отверстия решетки  $P$ ; плотность измельчаемого материала  $\rho$ ; крутящий момент на валу шнека  $M_k$ .

Для описания процесса перемещения мясного сырья в цилиндре волчка и резания при продавливании через выходную решетку воспользуемся уравнением сохранения энергии в форме уравнения баланса мощностей. При этом в структуре сложных процессов экструзии и резания выделим следующие основные составляющие потерь мощности волчка:

- мощность резания при продавливании через отверстия выходной решётки ( $N_{\text{рез}}^{\text{отв}}$ )
- мощность трения мясного сырья при прохождении сквозь отверстия ( $N_{\text{тр}}^{\text{отв}}$ )
- мощность трения мясного сырья о внутреннюю поверхность цилиндрического корпуса ( $N_{\text{тр}}^{\text{ц}}$ )
- мощность трения мясного сырья о винтовую поверхность шнека ( $N_{\text{тр}}^{\text{ш}}$ )
- мощность деформации мясного сырья в процессе перемещения внутри цилиндрического корпуса волчка ( $N_{\text{деф}}$ )
- мощность резания мясного сырья лезвийными кромками ножа ( $N_{\text{нож}}^{\text{рез}}$ )
- мощность деформации мясного сырья в межперьевом пространстве ножа ( $N_{\text{нож}}^{\text{деф}}$ )

Мощность трения  $N_{\text{тр}}^{\text{ц}}$  целесообразно выразить двумя компонентами:

- осевая  $N_{\text{тр.ос}}^{\text{ц}}$
- окружная  $N_{\text{тр.окр}}^{\text{ц}}$
- $N_{\text{тр}}^{\text{ц}} = N_{\text{тр.ос}}^{\text{ц}} + N_{\text{тр.окр}}^{\text{ц}}$  (1)

Принимаемая за обобщённые координаты продольное перемещение  $X$  мясного сырья вдоль оси цилиндрического корпуса волчка и угловое перемещение  $\omega$  вокруг этой

оси, запишем уравнение сохранения энергии в каждый момент времени в следующем виде:

$$F_{рез}^{отв} dV + F_{тр}^{отв} dV + M_{тр}^{ц.ок} d\omega + F_{тр}^{ц.ос} dV + F_{тр}^{ш} dV + F_{деф} dV + M_{нож}^{рез} d\omega + M_{нож}^{деф} d\omega = M_{прив} d\omega \quad (2)$$

$$dV = \frac{M_{прив} - M_{тр}^{ц.ок} - M_{нож}^{рез} - M_{нож}^{деф}}{F_{рез}^{отв} + F_{тр}^{отв} + F_{тр}^{ц.ос} + F_{тр}^{ш} + F_{деф}} d\omega, \quad (3)$$

где

$dV = d\left(\frac{dx}{dt}\right)$  - вариация линейной скорости перемещения мясного сырья, м/с

$d\omega = d\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)$  - вариация угловой скорости перемещения винтового шнека, с<sup>-1</sup>

$\tau$  - время, с;

$M_{прив}$  - крутящий момент на валу привода;

Обобщенные силы и моменты имеют следующий вид:

$$F_{отв.}^{рез.} = \pi d n P; \quad (4)$$

$$F_{отв.}^{тр.} = \frac{4\pi d n \delta P}{(d - 4\delta f_p)}; \quad (5)$$

$$F_{деф.}^{мяс.} = \frac{P^2 (1 + \cos 2\gamma)^2 \pi (D_H^2 - D_B^2) \cos(\gamma - \beta)}{2E(d - 4\delta f_p)^2 [2(1 + f_{ш} \sin 2\gamma) - \mu(1 - \cos 2\gamma)]^2}; \quad (6)$$

$$F_{ц.ос.}^{тр.} = \frac{2P\mu (\cos \gamma)^2 \pi D_{ц.ос.} b n d^2}{(d - 4\delta f_p) [(1 + f_{ш} \sin 2\gamma) - \mu (\sin \gamma)^2]}; \quad (7)$$

$$F_{ш.}^{тр.} = \frac{P f_{ш.} b n d^2}{(D_H + D_B)(d - 4\delta f_p) \sin \gamma \sqrt{\{(1 + f_{ш} \sin 2\gamma) - \mu (\sin \gamma)^2\}^2 + (f_{ц.ос.} \mu \cos \gamma)^2}}; \quad (8)$$

$$M_{тр.}^{ц.ок} = \frac{\mu P \pi D_{ц.ок}^2 b f_{ц.ок.} (\cos \gamma)^2}{(d - 4\delta f_p) [(1 + f_{ш} \sin 2\gamma) - \mu (\sin \gamma)^2]}; \quad (9)$$

$$M_{нож.}^{рез.} = \frac{mP(D_H^2 - D_B^2)}{4}; \quad (10)$$

$$M_{нож.}^{деф.} = \frac{2P^2 \mu^2 (D_H^2 - D_B^2) (\cos \alpha)^2}{E(d - 4\delta f_p)^2} \left[ \frac{\pi(D_H + D_B)}{2} - mS_{лезв.} \right] \delta_{лезв.}; \quad (11)$$

где

$d, n$  – диаметр и количество отверстий выходной решетки;

$P$  – удельное усилие разрушения мясного сырья, Н/м;

$\delta$  - толщина выходной решетки;

$\mu$  - коэффициент Пуассона мясного сырья;

$\gamma$  - угол подъема винтовой линии шнека;

$D_{\text{ц}}$  – внутренний диаметр цилиндра корпуса волчка;

$b$  – длина рабочего цилиндра корпуса;

$\rho$  – плотность мясного сырья;

$\alpha$  – угол заточки лезвия ножа;

$f_{\text{ц.ос.}}$  - коэффициент трения скольжения о поверхность цилиндра в осевом направлении перемещении мясного сырья;

$f_{\text{ц.ок.}}$  - коэффициент трения (сопротивления) о поверхность цилиндра при окружном перемещении мясного сырья;

$f_{\text{ш}}$  - коэффициент трения мясного сырья о поверхность винтового шнека;

$f_p$  - коэффициент трения мясного сырья о поверхность отверстий решетки;

$D_{\text{н}}, D_{\text{в}}$  - наружный диаметр и диаметр впадин винтового шнека;

$E$  - модуль продольной упругости мясного сырья;

$m$  – количество лезвий ножа;

$S_{\text{лезв.}}$  – ширина лезвия ножа;

$\delta_{\text{лезв.}}$  - толщина лезвия;

$\omega$  - угловая скорость вращения винтового шнека и ножа волчка.

Производительность волчка определяется соотношением:

$$Q = \rho VF, \quad (12)$$

где

$\rho$  - плотность мясного сырья,  $\text{кг}/\text{м}^3$

$V$  - скорость истечения,  $\text{м}/\text{с}$

$F$  - площадь истечения,  $\text{м}^2$

Считая обобщенные силы независимыми от обобщенных скоростей, после интегрирования выражения (3) получим:

$$V = \frac{M_{\text{прив}} - M_{\text{тр}}^{\text{ц.ок}} - M_{\text{нож}}^{\text{рез}} - M_{\text{нож}}^{\text{деф}}}{F_{\text{рез}}^{\text{отв}} + F_{\text{тр}}^{\text{отв}} + F_{\text{тр}}^{\text{ц.ос}} + F_{\text{тр}}^{\text{ш}} + F_{\text{деф}}} \omega \quad (14)$$

Записывая уравнение движения сырья в процессе его подачи внутри цилиндрического корпуса шнековым механизмом и резания многоперьевым ножом, а также учитывая диссипативные потери энергии на трение и деформацию, получаем выражение (15) для производительности волчка в зависимости от его основных конструктивных параметров.

$$Q = \rho \frac{M_{\text{прив.}} - M_{\text{тр.}}^{\text{ц.ок}} - M_{\text{нож.}}^{\text{рез.}} - M_{\text{нож.}}^{\text{деф.}}}{F_{\text{отв.}}^{\text{рез.}} + F_{\text{отв.}}^{\text{тр.}} + F_{\text{деф.}}^{\text{мяс.}} + F_{\text{ц.ос.}}^{\text{тр.}} + F_{\text{ш.}}^{\text{тр.}}} * \frac{\pi d^2}{4} n * \left[ 1 - \frac{2mS_{\text{лез}}}{\pi(D_{\text{н}} + D_{\text{в}})} \right] * \omega \quad (15)$$

Структурный анализ измельчительного оборудования показывает, что основных параметров оптимизации его конструкции и процесса измельчения насчитывается более 20, а общее количество этих переменных приближается к 30 наименованиям. В данном случае удалось создать математическую модель, устанавливающую зависимость производительности измельчительно-режущего оборудования от 20 влияющих факторов - его конструктивных параметров и физико-механических характеристик мясного сырья.

## Список литературы:

1. Арет В. А. Внешнее трение в моделировании работы червячного экструдера./ Верболоз Е.И., Пеленко Ф.В., Пеленко В.В.// Научный журнал НИУ ИТМО, 2012. - №1. [электронный ресурс]: <http://www.processes.ihbt.ifmo.ru>
2. Белобородов В.В., Полещук О.Б. Влияние новых особенностей решеток мясорубок на величину потребляемой ими энергии. В кн. Вопросы автоматизации технологических процессов в торговле и общественном питании Науч. тр. ЛИСТ им. Ф. Энгельса 1976, вып. 62. – С. 161-164.
3. Белобородов В.В. Полещук О.Б. К вопросу о распределении мощности между рабочими элементами мясорубки. Вопросы автоматизации технологических процессов в торговле и общественном питании. Науч. тр. ЛИСТ им. Ф. Энгельса. 1976, вып. 62. – С. 61-68.
4. Антипов С.Т., Кретов И.Т., Остриков А.Н., Панфилов В.А., Ураков О.А. Машины и аппараты пищевых производств. Кн. 1: Учеб. для вузов. –М.: Высш. шк., 2001. – С. 29-31.
5. Пат. 2203139. Россия. МПК 7 В 02 С 18/36. Решетка к устройству для измельчения мясного сырья. Антипов С.Т., Шахов С.В., Комиссаров С.С.
6. Комиссаров С.С. Исследование процесса измельчения мясного сырья в волчках и разработка ножевых головок. Автореф. канд. дисс.–Воронеж, 2003.–18 с.
7. Пеленко В.В. Обоснование формы и размеров отверстий выходной решетки волчка-измельчителя. / Малявко Д.П., Бобров С.В., Ольшевский Р.Г., Зуев Н.А., Тарабановский Ф.Б.// Научный журнал НИУ ИТМО, 2012. - №1. [электронный ресурс]: <http://www.processes.ihbt.ifmo.ru>
8. Полещук О.Б. Оптимизация работы мясоизмельчительных шнековых машин на основе изучения закономерностей переноса влаги в мясном фарше. Автореф. канд. дисс. Л.1988. – 16 с.