

Метод расчета мощности перемешивания на основе двухслойной модели пограничного слоя

Синявский Ю.В.
melter@mail.ru

Филиал МЭИ в г. Смоленске

В статье рассматривается вопрос совершенствования метода расчета мощности перемешивания на базе двухслойного пограничного слоя. Проанализирована эффективность метода как для расчета мощности перемешивания в различных случаях, так и для оценки коэффициента теплоотдачи к стенке аппарата с лопастной мешалкой.

Ключевые слова: перемешивание, турбулентность, лопастная мешалка.

Гидромеханическое перемешивание всегда важной частью многих пищевых технологий. Однако, в последнее время, из-за использование в пищевых продуктах биологически активных компонентов, роль процесса перемешивания стала возрастать. При применении стандарта безопасности НАССР оно стало рассматриваться как «критическая точка», а обеспечению заданной степени однородности стало уделяться повышенное внимание [1]. Это привело к разработке ряда новых устройств повышенной эффективности, существенно отличающихся от известных.

Разработка новых геометрий перемешивающих устройств является весьма непростой задачей, так как не существует очевидных соотношений, связывающих форму и размеры лопастей с показателями перемешивания. В результате, исследование как правило либо требует трудоемкого и дорогостоящего эксперимента, либо численного моделирования. И в том, и в другом случае анализируется некоторая конкретная система мешалка-сосуд, и изменение любого из геометрических параметров системы приводит к необходимости повторения всего цикла исследования.

Таким образом, возникает задача создания методики, позволяющей достаточно легко оценивать основные показатели перемешивания в широком диапазоне изменения геометрических параметров системы мешалка-сосуд.

Как показано в [2], основные показатели перемешивания могут быть выражены через величины, характеризующие микромасштаб турбулентного переноса в аппарате с мешалкой, такие как колмогоровские длина l_k и время t_k , определяемые [2] как:

$$l_k = 4 \sqrt{\frac{v^3}{\varepsilon}}$$

$$t_{\kappa} = \sqrt{\frac{\nu}{\varepsilon}}$$

где ν — кинематическая вязкость жидкости, ε — диссипация энергии в единице массы.

В простейшем случае, среднюю диссипацию энергии в единице массы можно оценить по формуле:

$$\varepsilon = \frac{4Eu n^3 d^5}{D^2 H},$$

где n — частота вращения мешалки, d — ее диаметр, D и H — соответственно диаметр аппарата и высота заполнения его жидкостью, Eu — модифицированное число Эйлера, являющееся функцией модифицированного числа Рейнольдса.

Таким образом, возможность предсказывать зависимость $Eu(Re_m)$ при варьировании геометрических параметров мешалки является актуальной задачей.

Как показано в [3], энергетическая характеристика перемешивающего устройства в виде двухлопастной мешалки, может быть уточнена путем дополнения классической модели [4] двухслойной моделью турбулентного пограничного слоя на стенке сосуда, в котором осуществляется перемешивание.

Тем не менее, предложенная методика имеет недостаток — коэффициент k_{δ} , входящий в уравнение, определяющее толщину вязкого подслоя, является переменной величиной, зависящей от геометрических параметров мешалки.

Безусловно, путем обработки данных вычислительного эксперимента, при различных значения диаметра мешалки d и ее ширины b можно получить зависимость $k_{\delta}(d/D, b/D)$, однако такая поправка не будет являться универсальной, и не сможет быть использована при исследовании мешалок других типов. Любая методика расчета должна максимально опираться не на особенности перемешивающего устройства, а на особенности потока, созданного этим устройством.

Для анализа указанного эффекта могут быть использованы закономерности, полученные для схожего движения жидкости по изогнутым трубам [6]. Анализ вида поправок показывает, что связанный с параметрами пограничного слоя коэффициент потерь на трение по длине определяется в основном геометрией потока. Для случая канала прямоугольной формы со сторонами a и b поправка может быть представлена в виде

$$k_{\varepsilon} = f\left(\frac{R_0}{D_{\varepsilon}}\right)$$

где R_0 — радиус закругления, а D_{ε} — гидравлический радиус, определяемый по формуле

$$D_{\varepsilon} = \frac{2ab}{a+b}.$$

Примем, что формирование пограничного слоя вблизи стенки аппарата с мешалкой не зависит от особенностей перемешивающего устройства, и определяется течением жидкости по условному закругленному каналу с

внутреннем радиусом, стремящимся к нулю.

Специфическим явлением, возникающем при перемешивании в аппаратах рассматриваемого типа, является образование центральной воронки, в результате чего форма условного канала имеет сложную форму, представленную на рис.1.а.

Распределение скорости по радиусу условного канала на горизонтальных уровнях, расположенных ниже нижней точки воронки, представлено на рис.1.б.

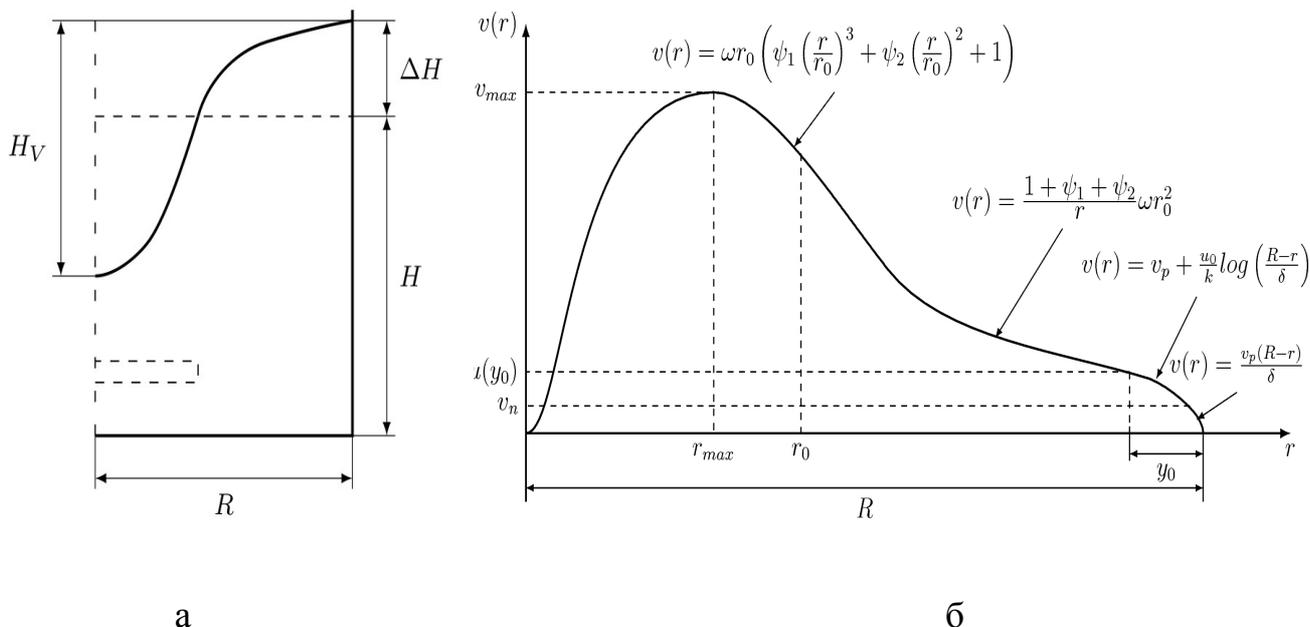


Рис.1. Форма условного канала (1.а) и распределение скорости по радиусу условного канала (1.б.)

Определим условный радиус соответствующего закругления как

$$R_0 = R - r_{max}$$

где r_{max} — радиус, соответствующий точке максимума скорости, а R — радиус сосуда.

Гидравлический диаметр условного канала определим по формуле

$$D_2 = 4 \frac{F}{P}$$

где F — площадь поперечного сечения потока жидкости в рассматриваемой области, а P — соответствующий периметр потока. Эти величины могут быть выражены через H_V , ΔH и параметры кривой, описывающей профиль воронки. Алгебраические уравнения, позволяющие решить эту задачу, приведены в [4].

Примем, что коэффициент толщины пограничного слоя k_δ описывается выражением вида:

$$k_\delta = c_1 \left(\frac{R_0}{D_2} \right)^{c_2} \quad (1)$$

где c_1 и c_2 — постоянные величины.

Учитывая сложный характер зависимости D_2 от геометрии перемешивающего устройства и коэффициента ψ_1 получаем, что вся

математическая модель представляет собой систему нелинейных уравнений. Несмотря на сложный вид указанной системы уравнений, ее решение методом Ньютона с использованием релаксаций не встречает серьезных трудностей, и происходит существенно быстрее, чем конечно-элементное моделирование процесса.

Алгоритм решения проявляет высокую устойчивость к изменению исходных геометрических параметров перемешивающего устройства, что дает возможность накапливать и обрабатывать данные для различных значений d/D и b/D . Указанное свойство дало возможность определить значения констант c_1 и c_2 в ходе численного эксперимента.

В эксперименте производился расчет значений $E_{\mu_r}(Re)$ при различных значениях D/d и b/d для двухлопастной мешалки с лопастями перпендикулярными к плоскости вращения. Одновременно при тех же значениях геометрических факторов и числа Рейнольдса по формулам Нагато [5] для тех же условий производился расчет значений E_{μ_s} .

Далее значения c_1 и c_2 подбирались такими, чтобы минимизировать функцию ошибок, определенной как

$$F_e(j, p) = \max \left(\left[\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N \Delta_i^2}{N}} \right]_m \right)$$

где Δ_i — абсолютное отклонение расчетного значения от экспериментального [5], определенного при том же значении Re_m . Индексом m обозначены величины ошибки, полученные при разных значениях b/d и d/D . В качестве метода поиска точки экстремума использовался алгоритм Нелдера-Мида, показавший наибольшую эффективность в данном случае.

Согласно данным [5] граница турбулентной области для двухлопастных зависит от d/D , и проходит в области чисел Рейнольдса $5 \dots 8 \cdot 10^4$. В вычислительном эксперименте для расчета при всех d/D была выбрана область чисел Рейнольдса от $5 \cdot 10^4$ до $5 \cdot 10^5$.

Численный эксперимент дает $c_1=112$, $c_2=2,11$.

Обобщенные данные о средней относительной ошибке в интервале числа Рейнольдса от $5 \cdot 10^4$ до $5 \cdot 10^5$ при различных значениях b/d и d/D при использовании предложенной методики приведены в таблице 1.

Таблица 1

Средняя по интервалу чисел Рейнольдса и максимальная относительная ошибка предложенной модели

d/D	b/d							
	0,3		0,5		0,7		0,9	
	$\epsilon_{\text{ср}}$	$\epsilon_{\text{макс}}$	$\epsilon_{\text{ср}}$	$\epsilon_{\text{макс}}$	$\epsilon_{\text{ср}}$	$\epsilon_{\text{макс}}$	$\epsilon_{\text{ср}}$	$\epsilon_{\text{макс}}$
0,4	+3,4%	+7,6%	-3,6%	-7,9%	-4,3%	-8,9%	-2,2%	-5,8%

0,5	+3,3%	+7,9%	-3,3%	-7,6%	-2,0%	-5,4%	+5,4%	+7,0
0,6	+3,8%	+5,8%	-4,0%	-7,8%	+1,8%	+3,6%	+12%	+15%

Важно отметить, что максимальная ошибка соответствует значениям числа Рейнольдса порядка $5 \cdot 10^4$, то есть области, где возможен переходный режим течения. Тем не менее, даже в этой области отклонение от экспериментальных данных не носит критического характера.

Предложенный способ расчета сопротивления стенки не содержит специальных предположений и типа перемешивающего устройства, ограничиваясь учетом его сопротивления. Таким образом, следует ожидать качественного совпадения расчетных кривых $Eu(Re)$ для аппаратов с другими типами перемешивающих устройств.

На рис.2.а представлены результаты расчета по предложенной методике в сравнении с результатами расчета по методике [4] и уравнениям [7], подтвержденными экспериментальными данными, для случая $d/D=0,524$ и $b/D=0,25$.

На рис. 2.б представлены результаты расчета по предложенной методике в сравнении с результатами расчета по методике [4] и уравнениям [7], а так же экспериментальными данными [8] для случая $d/D=0,333$ и $b/D=0,25$.

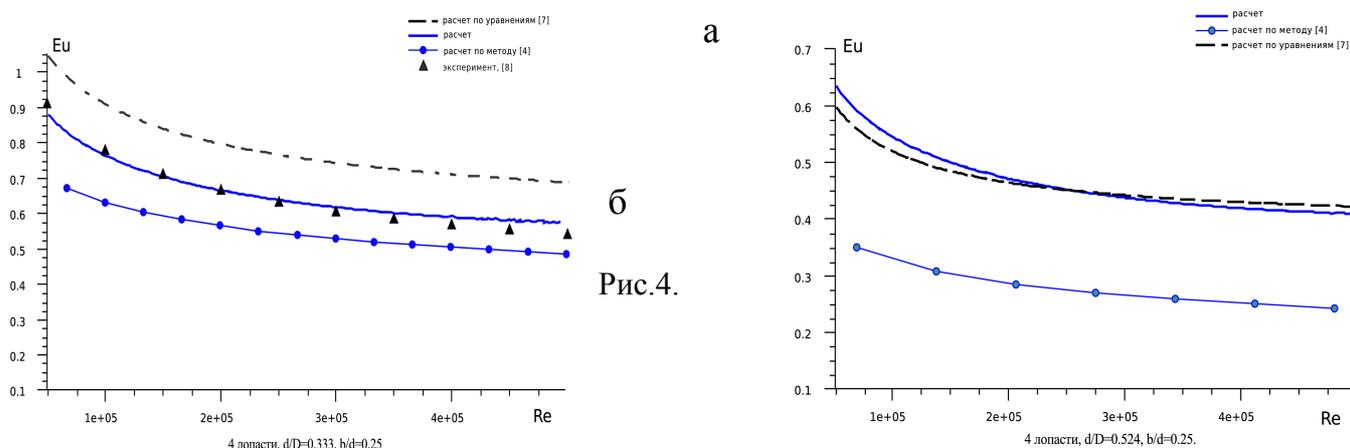


Рис.4.

Сравнение результатов расчетов зависимости $Eu(Re)$ различными методами.

Важно отметить, что в работе [7] не указаны границы применимости уравнений, и расчет с параметрами $d/D=0,333$ не подтвержден в ней экспериментальными данными.

Как видно из приведенного рисунка, расчет дает достаточно хорошую степень совпадения как с экспериментом, так и с современными расчетными методиками.

Следует отметить, что в рамках текущего исследования один из основных параметров перемешивающего устройства — коэффициент сопротивления лопасти ζ_{Γ} принимался постоянным и равным 2,2 [4]. В то же время, анализ отклонений расчетных значений от экспериментальных, позволяет предположить зависимость данной величины от относительного удлинения

лопасти и величины степени турбулентности потока, вызванного движением других лопастей перемешивающего устройства.

Список литературы

1. Food mixing : principles and applications [Текст] /P.J. Cullen [et al] — Blackwell Publishing Ltd , 2009 — 320 p. — ISBN 978-1-4051-7754-2
2. Paul, Edward L. Handbook of industrial mixing : science and practice [Текст]/ Edward L. Paul — Blackwell Publishing Ltd , 2004 — 1432 p— ISBN 0-471-26919-0,
3. Синявский, Ю.В. Математическая модель перемешивания на основе двухслойной модели турбулентного пограничного слоя [Электронный ресурс]/ Электронный научный журнал «Процессы и аппараты пищевых производств» - URL:<http://www.http://processes.open-mechanics.com/525.pdf>
4. Брагинский, Л.Н. Перемешивание в жидких средах.[Текст]/ Л.Н. Брагинский В.И. Бегачев, В.М.Барабаш. — Л.: «Химия», 1984. — 336 с.
5. Идельчик, И.Е. Справочник по гидравлическим сопротивлениям [Текст]/Под ред. М.О.Штейнберга — 3-е изд., перераб. и доп. - М. Машиностроение, 1992 г. - 672 с., ил.
6. Стренк, Ф. Перемешивание и аппараты с мешалками [Текст]/Ф. Стренк — Польша 1971, пер. с польского под ред. Шупляка И.А. — Л.: «Химия», 1975 — 384 с.
7. Correlation of Power Consumption for Several Kinds of Mixing Impellers [Электронный ресурс]/Haruki Furukawa [et al] — International Journal of Chemical Engineering — Volume 2012 (2012), Article ID 106496, 6 p.
8. Перемешивание в химической промышленности [Текст]/З.Штербачек, П.Тауск, пер. с чешского под ред. В.И.Павлушенко — Ленинградское отделение госхимиздата, Л., 1963 - 416 с.

Evaluation of power consumption of mixing, based on two-layer turbulence model

Sinyavskiy Y.V.
melter@mail.ru

Smolensk branch of National Research University «Moscow Power Engineering Institute»

The imprived method of evaluation of power computation of mixing, based on two-layer turbulence model is presented. Effectiveness for computation of power of mixing and for consumption of heat transfer for pitch blade impeller is analised.