УДК 664.6.

Течение неньютоновской жидкости в шнековом прессе

Андреев А.Н.
andreevanatoly@yandex.ru

Санкт-Петербургский национальный университет информационных технологий, механики и оптики
Институт холода и биотехнологий

В работе для вывода дифференциальных уравнений течения и уравнения объемного расхода для канала шнекового пресса использована гидродинамическая теория неньютоновской жидкости которая позволяет установить количественные зависимости между геометрическими характеристиками рабочего пространства, свойствами материала и режимом обработки.
Ключевые слова: неньютоновская жидкость, тесто соломки, шнековый пресс.

К группе хлебобулочных изделий пониженной влажности относится соломка, в виде округлых палочек диаметром 8 мм и длиной от 10 до 28 см., которая вырабатывается комплексно-механизированных линиях [1,2]. Специфическим процессом в производстве соломки является формование жгута на шнековом прессе. Вопросом течения вязкопластических масс в шнеке занимались многие ученые: Арет В.А., Мачихин Ю.А., Берман Г.К., Ворожцов Л.А., Азаров Б.М., Шенкель Г., Штруб Р., Сквайрс Р., Галт У. и др. [3,4,5].

В работе поставлена задача: рассмотреть течение неньютоновской жидкости к которой относится тесто соломки в условиях двумерного сжатия в шнековом прессе с целью разработки методики расчета и усовершенствования конструкции с учетом ресурсосбережения.

Для вывода дифференциальных уравнений течения и уравнения объемного расхода для канала шнека можно воспользоваться уравнениями движения вязкой несжимаемой жидкости (рис.1).

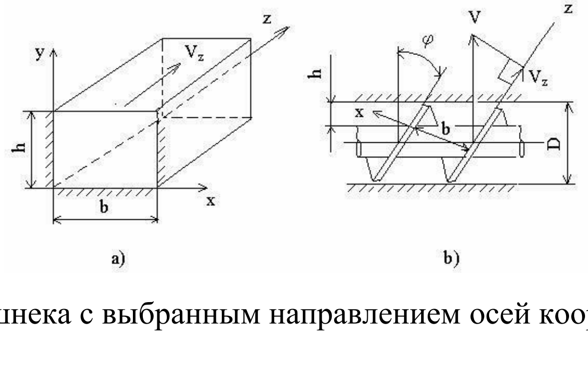

Рис. 1 Сечения канала шнека с выбранным направлением осей координат

Уравнение движения для стационарного ламинарного течения несжимаемой изотропной жидкости вдоль оси винтового канала шнека имеет вид:

$$\frac{\partial P}{\partial Z} = \mu \left(\frac{\partial^2 \vartheta_Z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vartheta_Z}{\partial y^2}\right) + \frac{\partial \vartheta_Z}{\partial x} \cdot \frac{\partial \mu}{\partial x} + \frac{\partial \vartheta_Z}{\partial y} \cdot \frac{\partial \mu}{\partial y} \qquad (1)$$

В этом уравнении вязкость может зависеть от положения элемента жидкости в канале и определяться величиной температуры и градиента скорости в этой точке канала. Если считать, что вязкость жидкости очень мало изменяется вдоль оси в поперечном сечении канала (так как температура жидкости в канале и величина градиента скорости при переходе от одной стенки канала к другой существенно не меняются), то частую производную можно приравнять нулю, тогда уравнение принимает вид:

$$\frac{\partial P}{\partial Z} = \mu \left(\frac{\partial^2 \vartheta_Z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vartheta_Z}{\partial y^2}\right) + \frac{\partial \vartheta_Z}{\partial y} \cdot \frac{\partial \mu}{\partial y} \qquad (2)$$

Уравнение (2) описывает неизотермическое течение неньютоновской жидкости в канале шнека для всех практических случаев. Общее аналитическое решение этого уравнения весьма сложно и до настоящего времени не получено. Рядом авторов [3,4,5] получены частные решения уравнения, описывающие изотермический и адиабатический режимы работы для шнеков с заданной геометрией винтового канала при выпрессовывании различных материалов с определенными реологическими свойствами.

Если предположить, что вязкость жидкости по высоте канала не меняется, то последний член у уравнения 2 исчезает, так как $\frac{\partial \mu}{\partial y}$ равно нулю. При этом вязкость жидкости у стенки корпуса равна вязкости жидкости на дне канала. С учетом этого ограничения получается следующее уравнение:

$$\frac{\partial P}{\partial Z} = \mu \left(\frac{\partial^2 \vartheta_Z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vartheta_Z}{\partial y^2}\right) \qquad (3)$$

Если в канале шнека существует только вынужденный поток, то уравнение (3) должно удовлетворять следующим граничным уравнениям

$\vartheta_я = 0$ при $x=0$ и $x=W$, $y=0$

$\vartheta_я = U_Z$ при $y=h$

Поскольку в данном случае градиент давления по оси канала равен нулю, то уравнение (3) превращается в однородное дифференциальное уравнение:

$$\frac{\partial P}{\partial Z} = \mu \frac{\partial^2 \vartheta_Z}{\partial y^2} \qquad (4)$$

Решение этого дифференциального уравнения, удовлетворяющее граничным условиям, существующим в различных прессах, было дано независимо друг от друга в различных выражениях рядом авторов [3,4,5,].

Эти решения отличаются друг от друга граничными условиями, геометрией исходной модели и др. Специфика каждого случая учитывалась введением в основное одномерное уравнение поправочных коэффициентов, на которые соответственно умножились члены, определяющие величину объемного расхода вынужденного потока Q_d и величину расхода противотока Q_p . Уравнение объемного расхода вынужденного потока может быть записано в виде:

$$Q_\alpha = \frac{n \cdot U_Z \cdot \omega \cdot h}{2} \cdot F_\alpha \qquad (5)$$

где n - число заходов шнека; U_Z - скорость движения жидкости вдоль оси; ω - ширина винтового канала шнека; h - глубина канала шнека; $F\alpha$ - коэффициент форм для расхода вынужденного потока;

Величина $F\alpha$ зависит только от геометрии канала шнека и полностью определяется отношением глубины канала к его ширине $\frac{h}{\omega}$. Уравнение расхода противотока вдоль оси канала, возникающего в результате существования градиента давлений, может быть описано частным решением уравнения (5), удовлетворяющим следующим граничным условием:

$\vartheta_Я = 0$ при $x=0;$ $x=\omega$, $y=0$ и $y=h$

Решение, удовлетворяющее этим граничным условиям и описывающее объемный расход противотока, выражается следующим уравнением:

$$Q_p = -\frac{n \cdot \omega \cdot h^3}{12\mu}\left(\frac{\partial P}{\partial Z}\right) \cdot F_P \qquad (6)$$

где μ - вязкость жидкости; F_P - коэффициент формы для расхода противотока, $\frac{\partial P}{\partial Z}$ - градиент давления вдоль оси.

Результирующий поток, возникающий вследствие наложения противотока на вынужденный поток, может быть получен, складывая уравнения 5 и 6.

$$Q = Q_B + Q_n \qquad (7)$$

$$Q = \frac{n \cdot U_Z \cdot \omega \cdot h}{2} \cdot F_B - \frac{n \cdot \omega \cdot h^3}{12\mu} \cdot \frac{\partial P}{\partial Z} \qquad (8)$$

Учитывая, что:

$$U_Z = \pi \cdot D \cdot N \cdot \cos\varphi \qquad (9)$$

$$Z = \frac{e}{\sin\varphi} \qquad (10)$$

где D - диаметр шнека; N - число оборотов шнека в единицу времени; φ - угол подъема винтовой нарезки шнека; e - ширина гребня канала шнека.
Уравнение (8) может быть записано в виде:

$$Q = \frac{F_b \cdot n \cdot \pi \cdot D \cdot N \cdot h \cdot \omega \cdot \cos\varphi}{2} - \frac{F_n n \cdot h \cdot \omega \cdot \sin\varphi}{12 \cdot \mu} \cdot \frac{\partial P}{\partial e} \qquad (11)$$

или

$$Q = F_b \cdot \alpha \cdot N - F_n \cdot \frac{\beta}{\mu} \cdot \frac{\partial P}{\partial e} \qquad (12)$$

где α , β , F_b и F_n зависят только от геометрических размеров шнека. В данном случае:

$$\alpha = \frac{F_b \cdot n \cdot \pi \cdot D \cdot h \cdot \omega \cdot \cos\varphi}{2} \qquad (13)$$

$$\beta = \frac{F_n \cdot n \cdot h^3 \cdot \omega \cdot \sin\varphi}{12} \qquad (14)$$

Следует отметить, что уравнение (12) широко используется для определения производительности различных прессов для переработки пластических масс, резиновых смесей, пищевых продуктов [6]. Однако, при выводе уравнения (12) , авторы делали допущение о том, что вязкость материала в поперечном сечении шнека остается постоянной. В прессе с глубоким каналом (как это имеет место при формовании соломки) по глубине канала шнека могут иметь место градиенты температуры в перерабатываемом материале и различные скорости сдвига на внешнем и внутреннем диаметре шнека. Величину среднего градиента γ скорости в канале можно определить по формуле:

$$\gamma = \frac{\pi \cdot D \cdot N}{h} \qquad (15)$$

где h - глубина канала шнека.

Кроме того тесто соломки как вязко-пластичный материал, заполняющий глубокий винтовой канал, при значительном сжатии может представлять собой так называемую «эластичную пробку», которая равномерно продвигается вдоль оси канала. Наличие «пробки» изменяет условие продвижения материала по каналу шнека, ухудшает гомогенизацию, способствует росту градиента температуры и скорости сдвига. Эти факторы, как показали многочисленные исследования, проведенные для различных вязко-пластичных систем, в том числе теста, а также реометрические исследования, проведенные нами для теста сладкой соломки , необходимо учитывать с точки зрения значительного влияния их на изменение вязкости обрабатываемого материала.

До настоящего времени течение теста с переменной по глубине канала вязкостью не было изучено. Впервые решение этой задачи дал Р. Штруб для случаев линейного и экспотенциального изменения термопластичного материала по глубине канала червячной шприц-машины. Однако Р Штруб, интегрируя уравнение Навье-Стокса, пренебрег членом ($\frac{\partial \vartheta_Я}{\partial y} \cdot \frac{\partial \mu}{\partial y}$), который появляется, если воспользоваться более общей формой уравнения движения. Обоснованное решение задачи дано в работах Р. Сквайрса и У. Галта [5].

Авторы рассматривали случаи шприцевания материала с переменной по сечению канала вязкостью, вызванной ненъютоновскими свойствами термопластичного материала. Если предположить, что течение материала в канале является одномерным, то уравнение (2) сводится к виду:

$$\frac{\partial P}{\partial Z} = \mu \cdot \frac{\partial^2 \vartheta_Z}{\partial y^2} + \frac{\partial \vartheta_Z}{\partial y} \cdot \frac{\partial \mu}{\partial y} \qquad (16)$$

В этом уравнении μ является переменной величиной, которая изменяется по глубине канала, т.е. вдоль оси у. Интегрируя уравнение (16) получено для распределения скоростей следующее выражение:

$$\vartheta_Z = \frac{U_Z}{\ln \mu^/} \cdot \ln(1 - \frac{y}{h}(1 - \mu^/)) - \frac{y \cdot h}{\mu_S - \mu_b} \cdot \frac{\partial P}{\partial Z} + \frac{h}{(\mu_S - \mu_b)\ln \mu^/} \cdot \frac{\partial P}{\partial Z} \ln(1 - \frac{y}{h}(1 - \mu^/)) \qquad (17)$$

где μ_S - вязкость материала на дне канала шнека; μ_b - вязкость материала у стенок корпуса.

Обозначив $\mu^/ = \frac{\mu_b}{\mu_S}$, проинтегрируем уравнение (17) по площади поперечного сечения канала, в результате чего получим следующее выражение для объемной производительности шнека:

$$Q = F_{\mu\alpha} \cdot \alpha \cdot N - F_{\mu P} \cdot \frac{\beta}{\mu_{CP}} \cdot \frac{\partial P}{\partial e} \qquad (18)$$

где μ_{CP} - средняя вязкость материала, находящегося в канале шнека;

$F_{\mu\alpha}$, $F_{\mu P}$ - коэффициент, учитывающий влияние изменения вязкости материала по глубине канала на вынужденное течение и противоток. При этом:

$$\mu_{CP} = \frac{\mu_b + \mu_S}{2} \qquad (19)$$

Коэффициенты $F_{\mu\alpha}$ и $F_{\mu P}$ зависят только от $\mu^/$ и определяются следующими уравнениями:

$$F_{\mu\alpha} = 2(\frac{\mu^/}{\mu^/ - 1} - \frac{1}{\ln \mu^/}) \qquad (20)$$

$$F_{\mu P} = \frac{3(1 + \mu^/)}{1 - \mu^/}(1 - F_{\mu\alpha}) \qquad (21)$$

В работе дана графическая зависимость поправочных коэффициентов $F_{\mu\alpha}$ и $F_{\mu P}$ от величины $\mu^/$. Для изотермического режима величина градиента давления в канале постоянного сечения определяется выражением: (2)

Фактическая производительность шнекового пресса определяется взаимным влиянием характеристики шнека и матрицы. В общем случае величина расхода через матрицу может быть описана уравнением вида:

$$g = K \cdot \frac{\Delta P_\mu}{\mu_M} \qquad (22)$$

где K - постоянный коэффициент, зависящий от геометрических размеров матрицы;

ΔP_M - перепад давления в матрице;

μ_M - вязкость жидкости в матрице.

Для матрицы, имеющей цилиндрический круглый канал, значение может быть вычислено по формуле:

$$K = \frac{\pi \cdot R_M^4}{8 \cdot L_M} \tag{23}$$

где R_M - радиус канала; L_M - длина канала.

Совместное решение уравнений (22) и (23) позволяет определить давление в матрице и производительность рассчитываемого пресса, которая зависит как от реологических свойств теста, так и от параметров оборудования. Правильный подбор этих характеристик позволит повысить производительность процесса при снижении количества сырья, что является одним из важнейших факторов общего снижения ресурсоемкости производства соломки.

Таким образом в настоящее время отсутствует общая математическая теория течения материалов в шнековом прессе. Решение этой задачи во многом связано с реологическими свойствами (упруго-пластично-вязкими) и поведением конкретного материала, поэтому необходимы исследования реологических свойств теста соломки и экспериментальные исследования данного процесса с целью увязки теории с практикой

Заключение

Для вывода дифференциальных уравнений течения и уравнения объемного расхода для канала шнекового пресса использована гидродинамическая теория неньютоновской жидкости, которая позволяет установить количественные зависимости между геометрическими характеристиками рабочего пространства пресса, свойствами материала и режимом обработки.

Список литературы

1. Андреев А.Н., Мачихин. С.А. Механизация производства соломки. - М.: ЦНИИТЭИ хлебопродуктов. - 1992. - 48 с.

2. Андреев А.Н. Маслова Г.В и др. Моделирование узлов формования соломки из рыбного теста. – Л. Сб. науч. трудов ЛИСТ, вып. 64. 1977. С. 23-28.

3.Арет В.А., Мачихин Ю.А. Формование конфетных масс выдавливанием. - М.: МТИПП. - 1969. - 35 с.

4.Берман Г.К., Ворожцов Л.А., Мачихин Ю.А. Течение вязкопластических масс в шнеке. - Известия ВУЗов. Пищевая технология. 1970. - №3. - С. 160-161.

5. Шенкель Г. - Шнековые прессы для пластмасс. – М.: - Госхимиздат. - 1966. – 465 с.

For non-Newtonian fluid in a screw press

Andreev A.N.
andreevanatoly@yandex.ru

Saint-Petersburg State University of information technologies, mechanics and optics
Institute of refrigeration and biotechnologies

The output of the differential equations for the flow and volume flow equations for the feed screw press used in hydrodynamic theory of non-Newtonian fluid which allows you to set a quantitative relationship between the geometrical characteristics of the working space, material properties and processing mode.
Keywords: non-Newtonian liquid dough straws, screw press.