

## **Кинематический синтез и анализ кривошипно-ползунных механизмов 3-го класса при заданных циклограмме и положении направляющей**

Е. С. Гебель, В. Г. Хомченко, В. В. Клевакин [Gebel\\_es@mail.ru](mailto:Gebel_es@mail.ru)

Омский государственный технический университет

*В работе предложены методы анализа и синтеза механизмов 3-го класса с приближенным выстоем выходного звена при заданных циклограмме и положении направляющей ползуна. Рассчитаны значения коэффициентов скорости и ускорения, подтвердившие приемлемое качество передачи движения синтезированных многозвенных рычажных механизмов и потенциальную возможность их использования в исполнительных устройствах машин-автоматов.*

Ключевые слова: ползунный механизм, циклограмма, кинематический синтез, кинематический анализ.

### **Введение**

Исполнительные рычажные механизмы цикловых машин-автоматов, обеспечивающие один или два приближенных выстоя выходного звена, широко используются в технологическом оборудовании в различных отраслях промышленности. Рабочий орган многих машин движется по заданной циклограмме, содержащей выстой конечной продолжительности хотя бы в одном из крайних положений. Обычно в момент этой приближенной остановки осуществляются рабочие операции, например, в трикотажных машинах – прокладывается нить, в упаковочных машинах – наклеивается этикетка, в аппаратах пищевой промышленности – резка кондитерских пластов и т.п.

В устройствах для формирования кондитерских изделий способом отсадки используется подъемный столик, перемещаемый с помощью рычажного механизма в вертикальном направлении с выстоем в нижнем положении, причем опускание столика происходит за существенно более продолжительное время, чем подъем.

Рычажный механизм 3-го класса, представленный на рис. 1, обеспечивает выстой выходного звена за счет использования предельных положений звеньев. Исходная предельообразующая диада  $ABE$  рассматриваемого механизма формирует длительность интервалов движения и выстоя по заданной циклограмме, а присоединяемая  $CFH$  – обеспечивает остановку конечной продолжительности в одном из крайних положений выходного звена.



В работе [1] решена задача графического и кинематического синтеза рычажного механизма 3-го класса, реализующего циклограмму, содержащую один интервал приближенной остановки, которая описывается углами  $\varphi_I$  и  $\varphi_B$  поворота его входного звена  $AB$  соответственно за первый интервал движения и интервал выстоя. В соответствии с конструктивными требованиями машины-автомата необходимо обеспечить перемещение ползуна механизма по направляющей  $NN$ , положение которой задается с помощью двух параметров: абсолютным значением эксцентриситета  $d_C$ , т.е. кратчайшим расстоянием из точки  $O$  до прямой  $NN$ , и углом  $\beta$ , определяющим положение перпендикуляра  $d_C$  относительно оси абсцисс основной системы координат  $xOy$  машины-автомата. В принятой системе  $xOy$  в соответствии с требованиями технологического процесса принимаются координаты  $(x_{C^*}, y_{C^*})$  положения рабочего органа  $C^*$  в момент начала и конца интервала приближенного выстоя.

В задаче кинематического синтеза проектируемого механизма 3-го класса с приближенным выстоем в качестве назначаемых выступают параметры циклограммы:  $\varphi_I$ ,  $\varphi_B$ , параметры направляющей:  $d_C$  и  $\beta$ , а также координаты  $(x_{C^*}, y_{C^*})$ , соответствующие положению  $C^*$  рабочего органа машины-автомата в системе координат  $xOy$ . Свободными параметрами синтеза приняты:  $b$ ,  $e$  и  $f$  – соответственно относительные длины звена  $BE$  и сторон  $CE$  и  $CF$  треугольного звена  $ECF$  (единичным звеном является входной кривошип  $AB$ , т.е.  $a=1$ );  $\eta$  – угол между сторонами  $EC$  и  $CF$  звена  $ECF$ ;  $\theta_2$  – угол, задающий крайнее положение  $C_1E_{UU}F_{UU}$  звена  $CEF$  относительно положения  $C_1E_1F_1$  этого звена в начале выстоя конечной продолжительности.

В результате решения задачи параметрического синтеза получены аналитические зависимости для рассчитываемых кинематических параметров:

- коэффициента масштабирования  $\mu_I$  для перехода из относительных единиц к абсолютным значениям параметров  $a$ ,  $b$  и  $e$ :

$$\mu_I = l_{C^*} / l_{C1},$$

где  $l_{C^*}$  – расстояние от начала координат  $O$  в системе координат  $xOy$  до точки  $C^*$ , соответствующей заданному положению рабочего органа машины-автомата;  $l_{C1}$  – расстояние от опорного шарнира  $A$  в системе координат  $x_1Ay_1$  до точки  $C_1$  выходного ползуна в момент приближенного выстоя. Находятся по формулам:

$$l_{C^*} = \sqrt{d_N^2 + d_C^2}; \quad l_{C1} = \sqrt{x_{C1}^2 + y_{C1}^2}.$$

- абсолютной длины  $c$  промежуточного коромысла  $HF$ :

$$c = \left[ (x_H - x_{F0})^2 + (y_H - y_{F0})^2 \right]^{0.5},$$

где  $(x_H, y_H)$  и  $(x_{F0}, y_{F0})$  – координаты центров шарниров  $H$  звена  $HF$  и  $F$  треугольного звена  $ECF$  в дополнительной системе координат  $x_1Ay_1$ .

Кроме того на этапе кинематического синтеза определяются такие кинематические характеристики как:

- усредненная относительная величина рабочего хода  $S^R$  выходного ползуна механизма 3-го класса с приближенным выстоем:

$$S^R = [(x_{c0} - x_{c1})^2 + (y_{c0} - y_{c1})^2]^{0.5} + 0,5 \cdot S^1,$$

где  $(x_{c0}, y_{c0})$  и  $(x_{c1}, y_{c1})$  – координаты центра шарнира С выходного ползуна в момент мгновенной остановки и в момент начала интервала конечного выстоя;

–  $S^1$  – малое перемещение выходного звена механизма 3-го класса на интервале приближенной остановки.

Проектирование механизма ведется из условия равномерного приближения, следовательно, заданная функция перемещения рабочего органа должна на участках остановок располагаться посередине между экстремумами функции перемещения, возникающими на участке приближенного выстоя.

## 2. Математическая модель кинематического анализа

Для решения задачи кинематического анализа плоского рычажного механизма 3-го класса в работе [2] использован метод условной смены начального звена, обеспечивающий понижение класса механизма. Учитывая особенности структурной схемы рассматриваемого механизма, за условное начальное звено принято коромысло  $HF$ , которое за один цикл работы ползунного механизма 3-го класса на первом и втором интервалах движения (соответственно при повороте кривошипа  $AB$  на углы  $\varphi_1$  и  $\varphi_2 = 360 - \varphi_1 - \varphi_B$ ) совершит основное движение в прямом и обратном направлениях на некоторый угол  $\psi = \angle F_0HF_1$ , а на интервале выстоя, когда входное звено повернется на угол  $\varphi_B$  – одно колебательное движение.

В результате расчета получается упорядоченный массив значений  $S(\psi)$  и  $\varphi(\psi)$ , причем каждому аргументу  $\psi$  соответствует два значения угла поворота входного кривошипа  $\varphi$  в силу особенностей кинематического синтеза рассматриваемого механизма. Порядок сортировки значений углов  $\varphi$  и перемещений  $S$  представлен в работе [2].

Изложенный способ расчета функции положения  $S(\varphi)$  позволяет организовать линейный алгоритм вычисления, исключая возможность автоматической смены сборки механизма 3-го класса, но не учитывающий вычислительных возможностей современных прикладных математических пакетов, например MathCad, Model Visuion и др.

Метод, предложенный в данной работе, рассматривает ползунный механизм 3-го класса как набор взаимосвязанных геометрических объектов: отрезков и треугольников, которые соединены друг с другом и закреплены на плоскости, и позволяет получить меньшее количество уравнений в виде удобном для численного решения. Данный способ кинематического анализа может быть распространен на любые статически определимые механизмы.

Количество необходимых уравнений определяется числом неизвестных в задаче кинематического анализа. Так для исследуемого механизма (рис. 3) необходимо определить девять неизвестных: координаты центров шарниров  $B$ ,  $E$ ,  $C$  и  $F$ , а также угол  $\gamma$  поворота треугольного звена  $ECF$  относительно оси абсцисс  $Ax$  в системе координат  $xAy$  для каждого значения обобщенной координаты  $\varphi$  угла

поворота входного кривошипа  $AB$ .

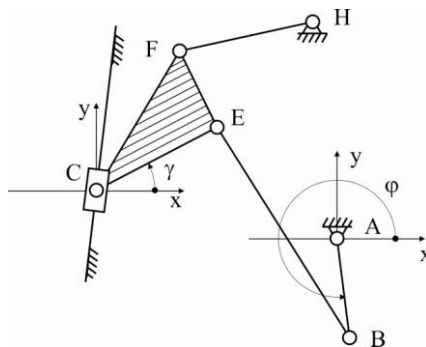


Рис. 3. Расчетная схема ползунного механизма 3-го класса

Исходными данными для кинематического анализа являются значения свободных параметров и рассчитываемых на этапе кинематического синтеза рассматриваемого рычажного механизма 3-го класса. Дополнительно используются координаты центров опорных шарниров  $A$  и  $H$ , а также точек  $C_1$  и  $C_0$  в системе  $xAy$ .

Перемещение выходного ползуна по заданной направляющей  $NN$  (рис. 2, 3) опишем как уравнение прямой, проходящей через две заданные точки  $C_1$  и  $C_0$ :

$$\frac{y_C - y_{C0}}{y_{C1} - y_{C0}} = \frac{x_C - x_{C0}}{x_{C1} - x_{C0}},$$

где  $(x_C, y_C)$  – координаты точки  $C$  выходного звена для некоторого значения угла поворота входного кривошипа  $\varphi$ .

Используя кинематические размеры треугольного звена  $ECF$  и угол  $\gamma$ , методом проекций сформируем аналитические зависимости для расчета координат точек  $E$  и  $F$ :

$$\begin{aligned} x_E &= x_C + e \cdot \cos(\gamma); & x_F &= x_C + f \cdot \cos(\gamma + \eta); \\ y_E &= y_C + e \cdot \sin(\gamma); & y_F &= y_C + f \cdot \sin(\gamma + \eta). \end{aligned}$$

Положение центра шарнира  $B$  кривошипа  $AB$  находятся из следующих уравнений:

$$x_B = a \cdot \cos(\varphi); \quad y_B = a \cdot \sin(\varphi).$$

Недостающие два уравнения для формирования невырожденной системы уравнений кинематического анализа получим по формуле для расчета расстояния между двумя заданными точками на плоскости, записав ее для коромысла  $FH$  и шатуна  $BE$ , кинематические размеры которых известны из кинематического синтеза механизма:

$$\begin{aligned} c^2 &= (x_H - x_F)^2 + (y_H - y_F)^2; \\ b^2 &= (x_B - x_E)^2 + (y_B - y_E)^2. \end{aligned}$$

Совместное решение сформированных зависимостей позволит определить положение всех звеньев рычажного механизма 3-го класса для некоторого значения угла  $\varphi$  поворота кривошипа  $AB$  и обеспечит выполнение условий его существования в определенной сборке в виде замкнутой кинематической цепи на всем диапазоне возможных положений звеньев.

Система уравнений получена в виде удобном для численного решения и содержит минимальное количество уравнений. Начальные условия формируются исходя из ранее полученных на этапе кинематического синтеза (п. 1) координат центров шарниров механизма в момент мгновенного останова выходного ползуна.

Для построения функции перемещения  $S(\varphi)$  выходного звена плоского рычажного механизма 3-го класса с приближенным выстоем организуется циклический алгоритм изменения обобщенной координаты  $\varphi$  в пределах от нуля до  $360^\circ$  и рассчитывается перемещение центра шарнира  $C$  как расстояние между положениями  $C_0$  и его текущим положением  $(x_C, y_C)$ :

$$S(\varphi) = \left( (x_C - x_{C0})^2 + (y_C - y_{C0})^2 \right)^{0.5}.$$

Численно дифференцируя полученную функцию  $S(\varphi)$  находятся первая и вторая передаточные функции  $S'(\varphi)$  и  $S''(\varphi)$  соответственно.

### 3. Численный эксперимент

Автоматизация процесса кинематического исследования плоских кривошипно-ползунных механизмов 3-го класса с приближенным выстоем выполнена в среде визуального моделирования Model Vision Studium, которая позволяет реализовывать дискретные, непрерывные и гибридные модели сложных технических систем.

Главная карта поведения проекта (рис. 4) содержит блоки «Кинематический синтез», «Начальные значения» и «Кинематический анализ», в которых реализованы средствами встроенного языка программирования математические модели, описанные в пунктах 1 и 2. В блоке «Начальные значения» алгоритма вводятся начальные установки для решения системы уравнений кинематического анализа.

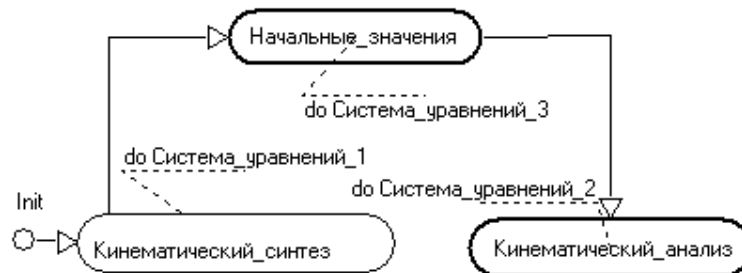


Рис. 4. Главная карта поведения (алгоритм решения задач кинематического синтеза и анализа в пакете Model Vision)

Исходными данными для численного эксперимента по проектированию и анализу кривошипно-ползунного механизма 3-го класса с выстоем (рис. 2) являются заданные углы поворота входного кривошипа за интервал движения  $\varphi_1 = 135^\circ$  и за интервал выстоя —  $\varphi_B = 145^\circ$ , а также параметры, определяющие положение направляющей выходного ползуна  $d_C = 80$  мм и  $\beta = 65^\circ$ .

Используя предложенную методику кинематического синтеза ползунных механизмов (пункт 1), для значений свободных кинематических параметров:  $a = 30$  мм (абсолютная длина кривошипа  $AB$ ),  $b = 70$  мм,  $e = 42$  мм,  $\theta_2 = 22^\circ$ ,  $\eta = 37^\circ$ ,  $f = 46$  мм, были получены величины расчетных кинематических параметров механизма, обеспечивающих выполнение условия существования кривошипа на всем интервале движения:  $\mu_1 = \mu_2 = 1$ ,  $c = 48,76$  мм.

Модели спроектированного плоского ползунного механизма 3-го класса в положении мгновенного выстоя выходного звена и в момент начала интервала приближенной остановки конечной продолжительности представлены на рис. 5.

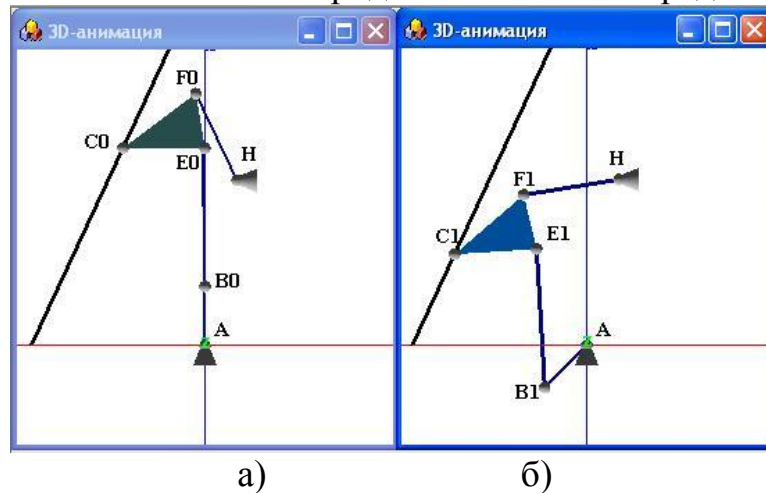


Рис. 5. Модель ползунного механизма в момент мгновенной остановки (а) и в момент начала интервала выстоя (б)

В результате решения задачи кинематического анализа построена динамическая модель исследуемого механизма (рис. 6) и функция перемещения на всем интервале движения (рис. 7), подтверждающие адекватность предложенных математических моделей.

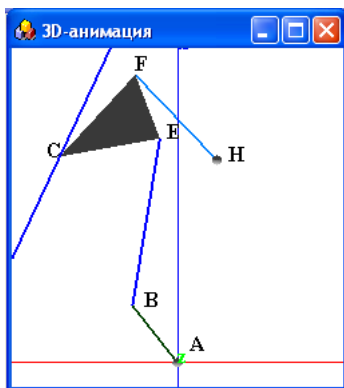


Рис. 6. Модель рычажного механизма 3-го класса с выстоем

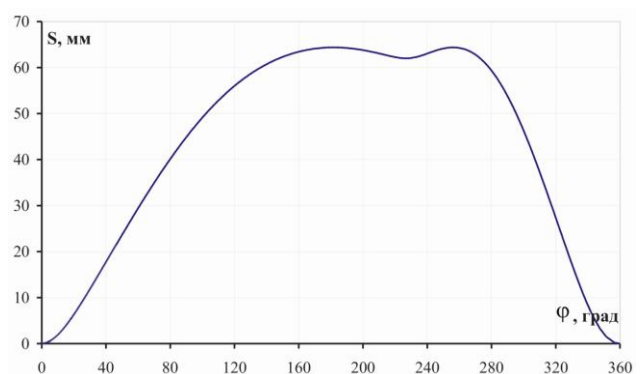


Рис. 7. Функция перемещения механизма 3-го класса

Функция положения механизма 3-го класса с приближенной остановкой конечной продолжительности на интервале выстоя, представленная на рис. 8, содержит два малых колебания, возникающих в результате прохождения диадой

$CFH$  через предельное положение  $CF_1^{UU}H$  (рис. 2).

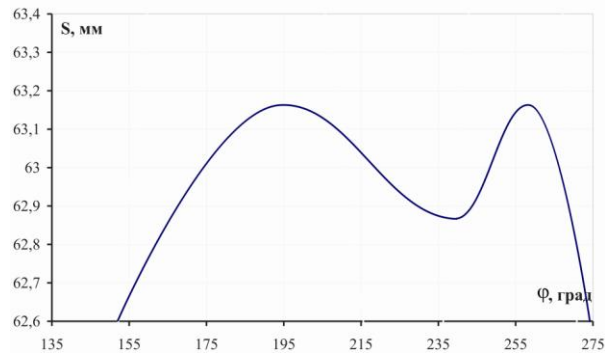


Рис. 8. Функция перемещения механизма 3-го класса на интервале выстоя

Расчетное значение кинематической погрешности позиционирования, т.е. перемещение выходного ползуна на интервале приближенного выстоя, составило  $S^1 = 0,29 \text{ мм}$ , таким образом, отклонение функции перемещения от заданной циклограммы равно  $\Delta = \pm 0,145 \text{ мм}$ .

#### 4. Кинематическое исследование рычажного механизма 3-го класса с выстоем

Имеется большое число публикаций по исследованию кинематических характеристик четырехзвенных механизмов, в частности в работах А. Б. Чеботаревой [3]. В настоящей работе выполнен анализ диаграмм аналогов скорости и ускорения (рис. 9, 10), а также рассчитаны значения максимальных коэффициентов скорости и ускорения.

В отличие от кулачковых механизмов, синтез которых ведется по предварительно выбранным отдельно для интервалов подъема и опускания законам движения, и, следовательно, допускающих независимое рассмотрение законов перемещения выходного звена в каждом из интервалов движения, при рассмотрении рычажных механизмов, проектируемых по заданной циклограмме, законы движения выходных звеньев на интервалах движения являются функциями свободных параметров синтеза рычажных механизмов, что предопределяет взаимосвязанное рассмотрение кинематических характеристик таких механизмов на интервалах подъема и опускания.

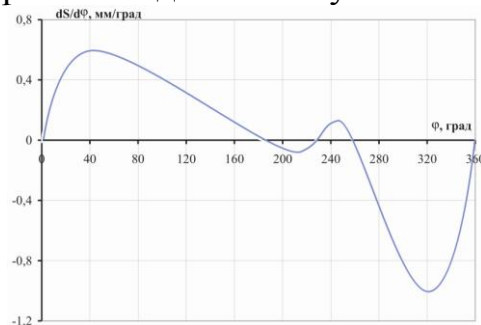


Рис. 9. Диаграмма аналога скорости рычажного механизма 3-го класса



В соответствии с методикой расчета максимальных коэффициентов скорости и ускорения  $\delta$  и  $\xi$  соответственно, описанной в работе [3], вычислим для рассматриваемого механизма 3-го класса с выстоем соответствующие значения на первом и втором интервале движения:  $\delta_{II} = 1,25$ ;  $\delta_B = 1,26$ ;  $\xi_{II} = 11,74$ ;  $\xi_B = 5,97$ .

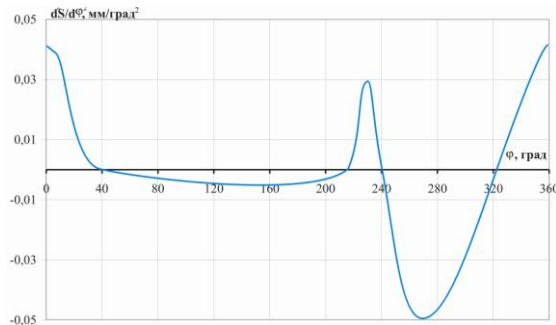


Рис. 10. Диаграмма аналога ускорения рычажного механизма 3-го класса

Сравнительный анализ с численными значениями выше описанных характеристик существующих безударных законов движения типа «выстой-подъем-опускание» для кулачковых механизмов, например степенным или законом Шуна, свидетельствует об удовлетворительном качестве спроектированного ползунного механизма 3-го класса с приближенной остановкой выходного звена в одном из его крайних положениях с точки зрения кинематических критериев.

### Заключение

В работе предложены методы кинематического синтеза и анализа плоских кривошипно-ползунных механизмов 3-го класса при заданных циклограмме и положении направляющей. Проведенный численный эксперимент кинематического исследования в пакете визуального моделирования подтвердил возможность получения работоспособных схем рычажных механизмов 3-го класса с приближенным выстоем, пригодных для применения в цикловых машинах-автоматах.

### Список литературы

1. Хомченко, В. Г. Кинематический синтез кривошипно-ползунных механизмов 3-го класса с выстоем выходного звена при заданном положении направляющей / В. Г. Хомченко и др. // Омский научный вестник. – № 2 (90), 2010. – р. 30 – 33.
2. Хомченко, В. Г. Проектирование плоских рычажных механизмов цикловых машин-автоматов и манипуляторов / В. г. Хомченко – Омск : 1995. – 152 с.
3. Чеботарева, А. Б. Сводные карты кинематических и динамических характеристик плоских шарнирных четырехзвенных механизмов: сб. «Механика машин» / А. Б. Чеботарева. – М. : Наука, 1975. – вып. 48.

# **Kinematic synthesis and analysis of slider-crank mechanisms of third class with preset cyclegram and slider guide position**

E. S. Gebel, V. G. Khomchenko, V. V. Klevakin [Gebel\\_es@mail.ru](mailto:Gebel_es@mail.ru)

Omsk state technical university

*The article describes the analysis and synthesis of third class linkages with the output link dwell by the given cyclegram and slider guide position. The method of calculation of velocity and acceleration coefficient providing appropriate quality of motion transfer for the synthesized linkages have been developed. A sample of the synthesized mechanism used as a working organ in automatic machinery is given.*

Keywords: slider mechanism, cyclegram, kinematic synthesis, kinematic analysis.