

Оптимизация режима стабилизации температуры пекарной камеры на основе использования метода разделения движений

В.Б. Данин, А.Ю. Кириков

Санкт-Петербургский государственный университет
низкотемпературных и пищевых технологий

Оптимальное управление температурными режимами тепловых объектов, в частности пекарных печей, представляется весьма проблематичным, так как математические модели таких объектов имеют большую размерность с большим разбросом инерционных параметров. В этой связи используемый в этой работе метод разделения движений при реализации формирования оптимального (или квазиоптимального) алгоритма управления аналитическим конструированием регулятора является наиболее целесообразным.

Ключевые слова: оптимизация, температура, пекарная камера.

Несмотря на достаточное наличие работ, посвященных изучению методов повышения эффективности рабочих процессов и конструкций печей хлебопекарного производства, большое число аспектов этой важной проблемы, решение которой связано с уменьшением энергозатрат и улучшением качества продукта, остаются все-таки нерешенными. Это затрудняет совершенствование эффективного управления процессом выпечки, экономичную эксплуатацию печных агрегатов, создание конструкций печей нового поколения.

Это актуально для печей предыдущих и современных поколений (типов), работающих на хлебозаводах достаточно давно и появившихся сравнительно недавно, однако изученных недостаточно. Потому исследования, направленные на повышение эффективности рабочих процессов в печах хлебопекарного производства имеют не столько научное, сколько и большое практическое значение. В этой связи сложность системы стабилизации температурного режима всей пекарной печи обусловлено тем, что температурное поле внутри печи крайне неоднородно, поэтому изменение температуры в одном из участков печи приводит к изменениям температуры в других участках. А это в свою очередь должно отражаться на математическом описании (моделях) участков. Таким образом, стабилизация должна осуществляться посредством системы

управления автоматической или автоматизированной. Поэтому для таких систем необходимо оперативное выполнение всех стадий управления: получение и обработка информации, расчеты и реализация законов управления и т.д.

Исходя из проведенных исследований [1] и поставленной задачи целесообразно разработать методически алгоритм управления процессом на основе метода разделения движений, разработанных Е.И. Геращенко [2], а синтез системы стабилизации температурных режимов выполнить методом аналитического конструирования регуляторов в постановке оптимальной стабилизации переменных состояний системы [3]. Метод синтеза вполне отвечает требованиям, предъявляемым к динамическому режиму пекарной печи: обеспечить минимум отклонений переменных состояния с ограничением на управление, то есть с минимальным расходом топлива (природного газа). С применением метода разделения движений эта задача упростится, но результат решения все-таки будет в известной мере приближенным. Необходимо будет решать вопрос об устойчивости движения системы с квазиоптимальным регулятором. И он решается положительно по следующим данным: во-первых, имеются естественные ограничения на подачу топлива (в системах подачи топлива имеются регулируемые органы с фиксаторами на максимум), во-вторых, исследуемый объект пекарная печь в значительной мере обладает свойствами самовыравнивания (распределение тепла по участкам, теплообмен с внешней средой). По этим основным причинам приближенные результаты обеспечивают устойчивость (работоспособность) системы в замкнутом состоянии. В вопросе об оценке функционала качества отметим следующее: поскольку замкнутая система работоспособна, то для линейного закона (алгоритма) управления всегда найдется функционал, при котором система будет оптимальной; роль оптимизирующего функционала в большей степени выражается в возможность завершить синтез оптимального управления, обладающего нужными свойствами.

Таким образом, стабилизация температуры должна осуществляться посредством системы с подстраиваемой моделью.

Для таких систем необходимо оперативное выполнение всех стадий управления: получение и обработка текущей информации, расчет законов управления и т.д.

В этой связи целесообразно поставить задачу дать методические разработки расчетов законов управления, предложенных на основе разделения движений, предложенной С.М. Геращенко [2]. Синтез системы стабилизации в этой связи целесообразно выполнить по методу аналитического конструирования

регуляторов в постановке задачи оптимальной стабилизации состояний системы [3].

Используемый метод синтеза вполне отвечает требованиям, предъявляемым к динамическому режиму печи: обеспечить минимум отклонение переменных состояния с ограничением на управление, т.е. с минимальным расходом топлива (природного газа). С привлечением метода разделения движений, но результат решения будет в известной степени приближенный.

Приступая к решению поставленной задачи необходимо решить проблему об устойчивости (работоспособности) системы оптимальным или квазиоптимальным регулятором. Проблема решается положительно по следующим причинам: в системе подачи топлива имеет место регулирующие клапаны (краны) с фиксаторами на максимум – это является естественным ограничением на подачу топлива; исследуемый объект (печь) в значительной степени обладает свойствами самовыравнивания (перераспределение тепла по участкам, теплообмен с внешней средой). По этим (основным) причинам приближенные результаты расчетов обеспечивают устойчивость замкнутых систем управления.

В вопросе об оценке целевой функции (функционала) качества следует отметить следующее: поскольку в замкнутом состоянии система устойчивая, то для линейного алгоритма управления всегда найдется такой функционал, при котором система будет ещё и оптимальной. Роль оптимизирующего функционала (критерия оптимальности) в большей степени заключается в возможности завершить синтез оптимального управления, обладающего необходимыми свойствами.

Возвращаясь к модели печи [1], запишем для каждого участка печи уравнение вида:

$$\frac{dT_{ji}}{dt} = A_i T_{ji} + B_i G_{Ti}, \quad (1)$$

$$I = \int_0^{\infty} (q_{1i} T_{ri}^2 + q_{2i} T_{ni}^2 + q_{3i} T_p^2 + q_{4i} T_{\phi i}^2 + r_i G_{ri}^2) dt, \quad (2)$$

$$G_{ri} = k_{pi} T_{ri} + k_{pn} T_{ni} + k_{pp} T_{pi} + k_{p\phi} T_{\phi i}, \quad (3)$$

где $A_i = 4 \times 4$ – матрица; $B_i = 4 \times 1$ – матрица; $i = 1, 2, 3$ номера участков; $j = r, n, p, \phi$.

Уравнения (1) и (2) разрешим на основе метода разделения движений, где следует учесть, что структура квазиоптимального регулятора, должна совпадать со структурой оптимального регулятора, определяемого функционалом (2).

Поэтому как при точном синтезе, так и при приближенном следует установить корректность поставленной задачи, определяемой выражениями (1) и (2) с точки зрения измерения переменных состояния. Вопросы контроля теплового режима являются достаточно сложными. В промышленных условиях в качестве датчиков температуры обычно используются термопары.

Показания датчиков во многом зависят от их расположения в объеме печи. Отметим, что с определенной погрешностью можно измерить или вычислить температуру газа, выпекаемого продукта, роликового транспорта, футеровки стенок. Это дает возможность проектировать систему управления на основе закона управления в виде выражения (3).

Рассмотрим процедуры приближенного синтеза. При управлении в статическом (установившемся) режиме для каждого участка печи можно определить температуру газа (газовой смеси), роликового транспорта, футеровки и самого продукта выпечки.

Очевидно, что на определенном участке разница в температурах между ними будет незначительной, т.е. после окончания переходных режимов новые установившиеся состояния будут примерно одинаковыми. Этот фактор используется при выборе способа разделения движений, а затем и определения «быстрой» и «медленной» подсистем. Равенство (или примерное равенство) новых установившихся процессов исключает в разделении движений по статическим коэффициентам передачи. Наличие сложных связей в системах управления участков привело к эквивалентным структурам систем, описываемых последовательным соединением инерционных звеньев со статическими коэффициентами передачи, равными единице. В этом случае определяющими параметрами при разделении движений на «быстрые» и «медленные» являются постоянные времени звеньев. Каждый участок печи, как отмечалось ранее, представляет собой сложное соединение инерционных звеньев.

Постоянные времени звеньев имеют значительные отличия между собой по величине. Порядок соотношений численных значений постоянных времени звеньев для всех участков сохраняется неизменным. Поэтому определить быстрые и медленные переменные можно на примере одного участка.

Пусть рассматривается участок 1. Значения постоянных времени примем $T_{\phi 1}$ и T_{p1} – медленными, а переменную T_{r1} – быстрой.

Остается решить, какой является переменная $T_{п1}$ (температура выпекаемого продукта). Постоянная времени $T_{п1}$ занимает промежуточное значение между постоянными времени T_{r1} , T_{p1} , $T_{\phi 1}$. В этом случае целесообразно использовать следующий подход в разделении движений.

Рассмотрим переходные процессы в разомкнутом состоянии системы. Для этого решим, например, систему уравнений, описывающих динамику объекта при нулевых начальных условиях и скачкообразном изменении управляющего воздействия ($G_{T1} = \text{const}$). Примем ряд допущений: отклонение в подаче продукта в печь примем равное нулю ($\Delta G_{п} = 0$), также примем равным нулю отклонение температуры газа с последующего участка ($T_{r2} = 0$), отклонение в подаче воздуха ($T_{в1} = 0$) и отклонение входной температуры продукта ($T_{п1вх} = 0$). Постоянные времени выразим в минутах, а это значит, что соответственно изменится шкала времени при интегрировании системы уравнений (1), т.е. $t_j = \nu t_j$, где ν – значение малого параметра ($j = r, п, p, \phi$) [1].

С учетом допущений и в целях формализации процедуры приближенного синтеза уравнения системы (2) для участков печи запишем в виде:

$$\begin{aligned} \frac{dT_{r1}}{d\tau} &= -\frac{1}{\tau_r} T_r + \frac{k_{12}}{\tau_r} T_n + \frac{k_{13}}{\tau_r} T_p + \frac{k_{14}}{\tau_r} T_\phi + \frac{k_{15}}{\tau_r} G_T; \\ \frac{dT_n}{d\tau} &= \frac{k_{21}}{\tau_n} T_r - \frac{1}{\tau_n} T_n + \frac{k_{24}}{\tau_n} T_\phi; \\ \frac{dT_p}{d\tau} &= \frac{k_3 \lambda}{\tau_p} T_r - \frac{1}{\tau_p} T_n + \frac{k_{34}}{\tau_p} T_{\phi1}; \\ \frac{dT_\phi}{d\tau} &= \frac{k_{41}}{\tau_\phi} T_r + \frac{k_{42}}{\tau_\phi} T_n + \frac{k_{43}}{\tau_\phi} T_p - \frac{1}{\tau_\phi} T_\phi. \end{aligned} \quad (4)$$

Рассмотрим пример.

Пусть с учетом численных значений коэффициентов для участка 1 при $G_{T1} = 3$ кг. система уравнений (4) примет вид:

$$\begin{aligned} \frac{dT_{r1}}{dt} &= -147T_{r1} + 105T_{n1} + 12,4T_{p1} + 24,6T_{\phi1} + 170G_{T1}; \\ \frac{dT_{n1}}{dt} &= 2,09T_{r1} + 2,45T_{n1} + 0,232T_{\phi1}; \\ \frac{dT_{p1}}{dt} &= 0,04T_{r1} + 0,085T_{p1} + 0,044T_{\phi1}; \\ \frac{dT_{\phi1}}{dt} &= 0,0144T_{r1} + 0,01T_{n1} + 0,014T_{p1} - 0,04T_{\phi1}. \end{aligned} \quad (5)$$

Значение изменения в подаче топлива $G_{T1} \cong 3$ кг. Решение системы уравнений (5) при нулевых начальных условиях представлено на рис. 1. Переменные T_{r1} , $T_{п1}$, T_{p1} , $T_{\phi1}$ стремятся к установившимся значениям 33, 31, 31, 29°C соответственно. Качественная картина переходных процессов не изменяется при любых других изменениях значений управляющего воздействия. Это подтверждает свойство линейности, присущее модели объекта (рис. 1). На основании анализа переходных процессов можно заключить, что переменную $T_{п1}$ целесо-

образно отнести как быструю. В целом в системе (5) имеется достаточно четкое разделение движений: переменные T_{Γ} и T_{Π} значительно быстрее достигают квазиустойчивого установившегося режима, чем переменные T_{ρ} и T_{Φ} .

В системе уравнений (5) для участков печи первые два уравнения образуют быструю подсистему, а два последующих образуют медленную подсистему.

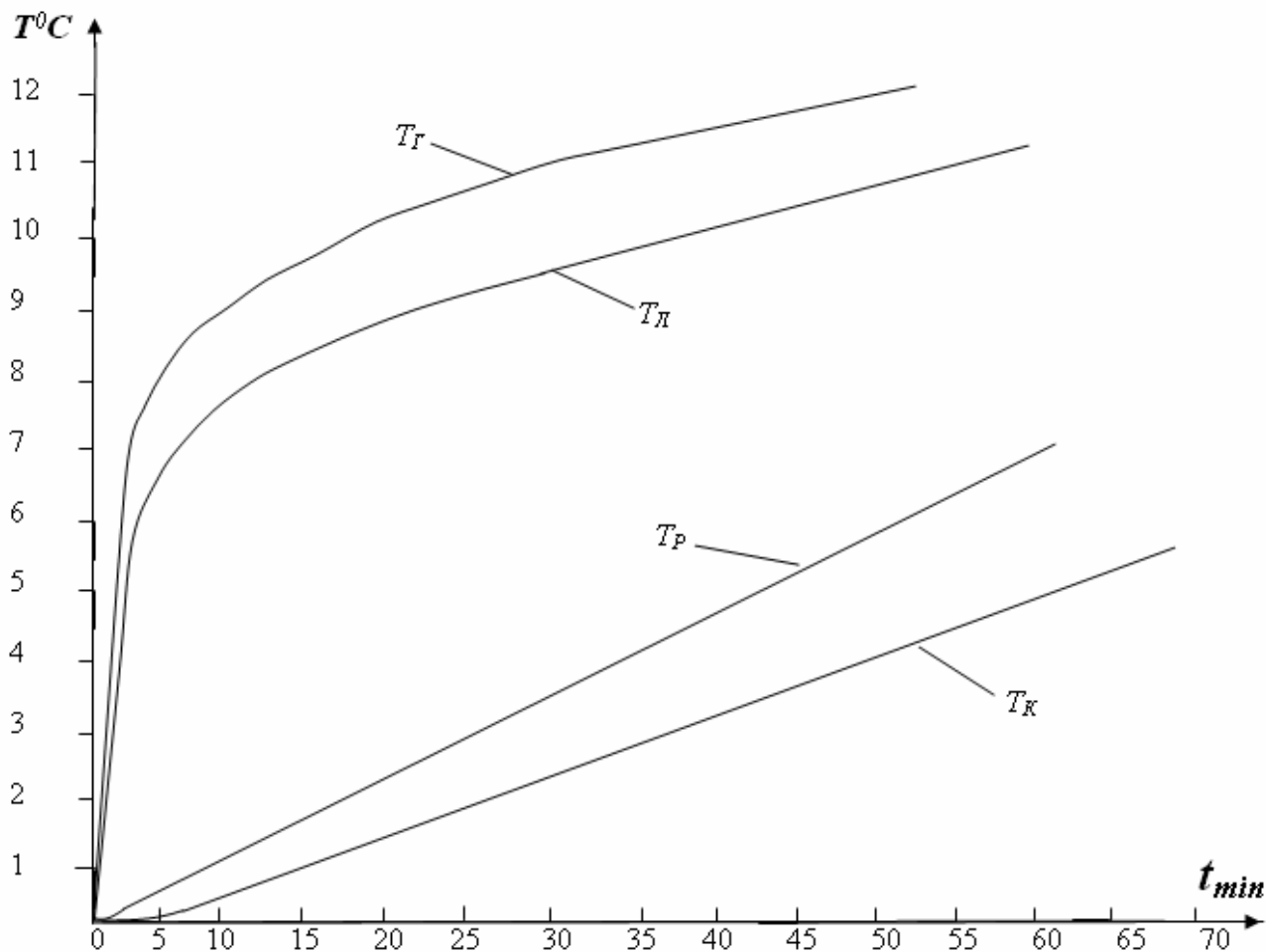


Рис. 1. Переходные процессы пекарной печи при ступенчатом воздействии.

Отличительной особенностью системы (4) является то, что в быструю подсистему входят медленные переменные. При оптимизации быстрой подсистемы будем считать их равными нулю или постоянными величинами (постоянные величины можно пересчитать на начальные условия).

Оптимальный синтез применительно к рассматриваемому объекту состоит из нескольких этапов.

Этап 1. Полагаем, что $G_T = \bar{G} = G_{T1}^0 + G_{T2}^0$, тогда уравнение для быстрой подсистемы примет вид:

$$\begin{aligned}\frac{dT_{\rho}}{dt} &= -\frac{1}{\tau_{\rho}}T_{\rho} + \frac{k_{12}}{\tau_{\rho}}T_n + \frac{k_{15}}{\tau_{\rho}}G_{T1}; \\ \frac{dT_n}{dt} &= \frac{k_{21}}{\tau_n}T_{\rho} - \frac{1}{\tau_n}T_n;\end{aligned}\quad (6)$$

с функционалом

$$I = \int_0^{\infty} (q_1 T_{\rho}^2 + q_2 T_n^2 + r G_{T1}^2) dt \quad (7)$$

В результате решения (6, 7) получим, что

$$G_{\rho 1}^0 = k_{\rho 2} T_{\rho} + k_{\rho n} T_n \quad (8)$$

Этап 2. Определим «жесткую» связь между быстрыми переменными T_{ρ} и T_n и медленно изменяющейся составляющей управление U_2 . Для этого запишем подсистему «быструю» в виде:

$$\begin{aligned}\varepsilon_1 \frac{dT_{\rho}}{dt} &= -T_{\rho} + k_{12} T_n + k_{15} (k_{\rho 2} T_{\rho} + k_{\rho n} T_n + G_{T2}); \\ \varepsilon_2 \frac{dT_n}{dt} &= k_{21} T_{\rho} - T_n\end{aligned}\quad (9)$$

где $\varepsilon_1 = \tau_{\rho}$, $\varepsilon_2 = \tau_n$.

Полагая $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0$ в (9), определим «жесткие» связи:

$$T_{\rho} = \frac{k_{15} G_2}{1 - k_{15} k_{\rho 2} - k_{21} (k_{12} + k_{15} k_{\rho n})}, \quad T_n = k_{21} T_{\rho}. \quad (10)$$

Этап 3. Выделим медленную подсистему с соответственно заданным функционалом. Для этого подставим (10) в третье и четвертое уравнение системы (4), получим:

$$\begin{aligned}\frac{dT_p}{d\tau} &= \frac{k_{33}}{\tau_p} G_{T2} - \frac{1}{\tau_p} T_p + \frac{k_{34}}{\tau_p} T_{\phi}, \\ \frac{dT_{\phi}}{d\tau} &= \frac{k_{43}}{\tau_{\phi}} G_{T2} + \frac{k_{43}}{\tau_{\phi}} T_p - \frac{1}{\tau_{\phi}} T_{\phi},\end{aligned}\quad (11)$$

где

$$\begin{aligned}k_{33} &= \frac{k_{31} k_{15}}{1 - k_{15} k_{\rho 2} - k_{21} (k_{12} + k_{15} k_{\rho n})}, \\ k_{43} &= \frac{k_{41} k_{15} + k_{42} k_{21} k_{15}}{1 - k_{15} k_{\rho 2} - k_{21} (k_{12} + k_{15} k_{\rho n})}.\end{aligned}$$

Преобразования общего функционала (3) выполняются после подстановки в него (8), (10) с учетом $G_T = \overline{G_T} = G_{T1}^0 + G_{T2}^0$.

В результате получим

$$I_2 = \int_0^{\infty} (q_3 T_p^2 + q_4 T_\phi^2 + r_3 G_{T2}^2) dt, \quad (12)$$

где

$$r_3 = \frac{q_1 k_{15}^2 + q_2 k_{21}^2 k_{15}^2 + (1 - k_{21} \cdot k_{12}) r}{(1 - k_{15} k_{p2} - k_{21} (k_{12} + k_{15} k_{pn}))^2}.$$

Отметим, что тождество $r_3 = r$ подтверждалось на ряде численных расчетов по оптимизации температурных режимов участков пекарной печи (и для других подобных тепловых объектов), т.е. системы вида (4).

Этап 4. Оптимизируется медленная подсистема (11) с функционалом (12). В результате имеем:

$$G_{T2}^0 = k_{pp} T_p + k_{p\phi} T_\phi.$$

Этап 5. Объединение для быстрой и медленной подсистем дает общее квазиоптимальное управление (для первого участка).

$$\overline{G_{T1}} = G_{T1}^0 + G_{T2}^0 = k_{pe} T_e + k_{pe} T_n + k_{pp} T_p + k_{p\phi} T_\phi.$$

Таким образом, задача четвертого порядка свелась к последовательному решению двух задач второго порядка. Одновременно «плохо» обусловленная матрица четвертого порядка эквивалентно была заменена на две «хорошо» обусловленные матрицы второго порядка.

Список литературы:

1. В.Е. Куцакова, С.В. Фролов, В.И. Филиппов, В.Б. Данин. Холодильная технология пищевых продуктов. Учебник для вузов в трех частях. Часть I. Теплофизические основы. Санкт-Петербург, 2007 г. – 222 с.
2. Е.И. Геращенко, С.М. Геращенко. Метод разделения движений и оптимизация нелинейных систем. Из-во «Наука» Гл. ред. физ-мат литер. М. 1935 – 296 с.
3. Справочник по теории автоматического управления под ред. А.А. Красовского. М. Из-во «Наука» Гл. ред. физ-мат. литерат. 1987 г. – 711 с.

On stabilized temperature conditions in a baking chamber optimized on the basis of splitting motions

Danin V.B., Kirikov A.U.

Saint-Petersburg State University of Refrigeration
and Food Engineering

It seems quite problematic to optimally control temperature conditions in heat objects (baking chambers in particular), since mathematical models of such objects have large dimensions with great scattering of inertia parameters. Henceforth, the authors propose to split motions when forming optimal (or quasioptimal) control algorithm for analytical design of the regulator, which is likely to be most promising.

Keywords: optimization, temperature, baking chamber.