

Возможности совершенствования процесса и аппарата для розлива газонаполненной жидкости

Алексеев Г.В., Лунев К.Н.

Санкт-Петербургский государственный университет
низкотемпературных и пищевых технологий

Потери разливаемой жидкости от несанкционированного повышения давления составляют значительную долю от всех производственных потерь. Изучали возможности моделирования процесса течения газонаполненной жидкости в кольцевом зазоре при реальных скоростях розлива. При условии квадратичного закона зависимости коэффициента сопротивления от режима течения высказаны предложения об изменении конструкции канала розлива для стабилизации давления.

Ключевые слова: течение жидкости, розлив, кольцевой зазор

При розливе шампанского, пива и других газонаполненных жидкостей широко распространен случай изотермического движения несжимаемой жидкости в кольцевом зазоре между двумя концентрическими трубами. Рассмотрим модель дозирующего разливочного устройства в виде двух концентрически размещенных цилиндров.

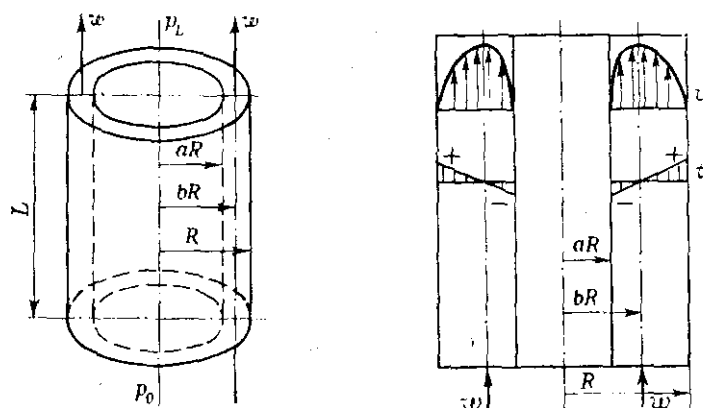


Рис.1 Движение жидкости в кольцевом зазоре между двумя концентрическими трубами.

На некотором расстоянии bR от оси цилиндров будет наблюдаться максимальная скорость. Движение восходящего потока жидкости в кольцевом пространстве может быть описано уравнением в цилиндрических координатах:

$$\frac{1}{\mu} \cdot \frac{dp}{dx} = \frac{d^2 w}{dr^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{dw}{dr}$$

или

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{d}{dr} \cdot \left(r \cdot \frac{dp}{dr} \right) = \frac{1}{\mu} \cdot \frac{dp}{dx} = const. \quad (1)$$

Распределение скоростей и сил внутреннего трения в кольцевом сечении можно определить интегрированием уравнения (1) или с помощью уравнения сохранения количества движения:

$$(2\pi L \tau)_r - (2\pi L \tau)_{r+\Delta r} + (2\pi r \Delta r \rho w^2)_{z=0} - (2\pi r \Delta r \rho w^2)_{z=L} - 2\pi r \Delta r L \rho g + 2\pi r \Delta r (p - p_L) = 0. \quad (2)$$

Для несжимаемой жидкости её скорость w_z при $z = 0$ и при $z=L$ одинакова, следовательно, третий и четвёртый члены уравнения можно исключить. Сократив уравнение на $2\pi L \Delta r$, при стремлении Δr к нулю получим:

$$\lim_{\Delta r \rightarrow 0} \left(\frac{(r\tau)_{r+\Delta r} - (r\tau)_r}{\Delta r} \right) = \frac{p_0 - p_L}{L}. \quad (3)$$

Левая часть уравнения (3) представляет собой первую производную, поэтому:

$$\frac{d}{dr} (r\tau) = \frac{p_0 - p_L}{L} r, \quad (4)$$

где $p_0 = p_L + \rho gh$, поскольку силы давления и тяжести действуют в противоположных направлениях.

Интегрируя уравнение (4), получим:

$$\tau = \frac{p_0 - p_L}{2L} r + \frac{C_1}{r}. \quad (5)$$

Расстояние от оси, на котором скорость потока будет максимальна, $r=bR$, тогда при $\tau=0$ константа $C_1 = \frac{1}{2}(p_0 - p_L) \times (bR)^2 / L$ и уравнение (5) примет вид:

$$\tau = \frac{(p_0 - p_L)R}{2L} \left(\frac{r}{R} - b \frac{R}{r} \right). \quad (6)$$

Поскольку $\tau = -\mu \left(\frac{dw_z}{dr} \right)$, распределение скорости будет описываться уравнением:

$$\frac{dw_z}{dr} = -\frac{(p_0 - p_L)R}{2\mu L} \left(\frac{r}{R} - b^2 \frac{R}{r} \right). \quad (7)$$

После интегрирования имеем:

$$w_z = -\frac{(p_0 - p_L)R^2}{4\mu L} \left[\left(\frac{r}{R} \right)^2 - 2b^2 \ln \frac{r}{R} + C_2 \right]. \quad (8)$$

Для определения константы интегрирования C_2 учтём граничные условия:

$$\begin{aligned} w_z &= 0 \text{ при } r=aR, \\ w_z &= 0 \text{ при } r=R. \end{aligned} \quad (9)$$

Тогда получим два уравнения

$$\left. \begin{aligned} 0 &= -\frac{(p_0 - p_L)R^2}{4\mu_L} (a^2 - 2b^2 \ln a + C_2) \\ 0 &= -\frac{(p_0 - p_L)R^2}{4\mu L} (1 + C_2) \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

откуда

$$b^2 = \frac{1 - a^2}{2 \ln(1/a)} \text{ и } C_2 = -1$$

Окончательно профиль скоростей при ламинарном движении потока в кольцевом зазоре:

$$w_z = \frac{(p_0 - p_L)R^2}{4\mu L} \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 + \frac{1 - a^2}{\ln(1/a)} \ln \frac{r}{R} \right]. \quad (11)$$

Рассмотрим режим турбулентного движения жидкости, так как жидкость находится под давлением и турбулизируется при перетекании в ёмкость. Для определения режима течения необходимо определить скорости течения, а по ним число Рейнольдса соответствующее определённой области течения.

Известно, что при $Re < 10^5$ для турбулентного режима движения коэффициент сопротивления λ зависит от числа Рейнольдса и от эффективной высоты выступов, а при $Re > 10^5$ λ зависит только от шероховатости и носит название квадратичной области движения.

Подставляя в формулу $Re = \rho \frac{w d_3}{\mu}$ значение $Re = 10^5$, определим скорость движения жидкости соответствующее этому числу:

$$w = \frac{Re \mu}{\rho d_3} = \frac{10^5 \cdot 1.3 \cdot 10^{-3}}{1.035 \cdot 10^3 \cdot 4 \cdot 10^{-3}} = 31.3 \text{ (м/с)}$$

При турбулентном режиме ($Re > Re_{кр}$) движения жидкости в трубе следует учитывать длину начального участка. По данным Никурадзе, $L_{нач} = (25 \div 40)d$; по данным Кирстена, $L_{нач} = (50 \div 100)d$.

В ламинарном подслое скорость жидкости мала, пульсации скорости практически отсутствуют, но вследствие прилипания жидкости к обтекаемым стенкам имеют место очень большие поперечные градиенты скорости, которые вызывают значительные напряжения силы трения [в полном соответствии с законом Ньютона $\tau = \pm(dw/dy)$]. В турбулентном ядре вследствие большой извилистости и сложности траектории частиц жидкости уравнение движения заменяют зависимости между осреднёнными величинами и ищут их решения, используя параметры, описывающие мгновенное состояние движения потока (в частности, осреднённые уравнения количества движения применяются для получения так называемых уравнений Рейнольдса, устанавливающих связь между напряжениями в потоке).

Для определения коэффициента сопротивления λ при турбулентном режиме движения в пределах изменения значений критерия Re от $4 \cdot 10^3 \div 10^5$ для гидравлически гладких труб можно пользоваться формулой Блазиуса:

$$\lambda = 0.316 / \text{Re}^{1/4} \quad (12)$$

Более точная зависимость (для больших значений Re) между коэффициентом сопротивления λ и режимом движения может быть получена при использовании логарифмического закона распределения скоростей. При выводе логарифмического (универсального) профиля $\text{Re} \rightarrow \infty$, так как пренебрегают молекулярной вязкостью μ по сравнению с турбулентной μ_T .

Для значений $\text{Re} > 10^5$ коэффициент сопротивления можно рассчитать по формуле:

$$1 / \sqrt{\lambda} = 2 \lg(\text{Re} \sqrt{\lambda}) - 0.8. \quad (13)$$

Исследованиями Никурадзе, Шиллера и других учёных установлено, что коэффициент сопротивления λ в значительной степени зависит также и от шероховатости труб:

$$\lambda = f(\text{Re}, e), \quad (14)$$

где e – эффективная высота выступов на внутренней поверхности трубы.

В области квадратичной зависимости, течение жидкости описывается уравнением Прандтля-Никурадзе:

$$\lambda = \frac{1}{\left(1.14 + 2 \lg \frac{d}{k}\right)^2}. \quad (15)$$

Зависимость газосодержания от шероховатости внутренней поверхности можно вычислить при помощи формулы (16):

$$\varepsilon_{\Gamma}' = \frac{p'' \varepsilon_{\Gamma}''}{p'' \varepsilon_{\Gamma}'' + p' \varepsilon_n''}, \quad (16)$$

где ε_{Γ}' – объёмная доля газа в жидкости или газосодержание разлитого напитка в ёмкость, ε_{Γ}'' – объёмная доля газа в жидкости или газосодержание жидкости в баке розлива, ε_n'' – объёмная доля жидкой фазы в двух фазной смеси в баке розлива p' – соответственно давление в баке и в бутылке при розливе.

Далее, если представить $p' = p'' - \Delta p$, где Δp – определяется с учётом коэффициента сопротивления λ , то

$$\Delta p = \lambda \frac{l}{d} \frac{\rho w_{cp}^2}{2}, \quad (17)$$

где λ в свою очередь определяется по формуле (15).

Таким образом, прослеживается зависимость количества газосодержания, а следовательно и качества продукта, от внутренней шероховатости стенок разливочного устройства.

Приведенные рассуждения устанавливают зависимость влияния шероховатости внутренней поверхности цилиндрической части дозатора на объёмный расход (точность дозирования). Можно предположить, что при усовершенствовании конструкции дозатора введением нового конструктивного элемента – сильфона, удастся влиять на шероховатость внутренней поверхности дозатора, изменяя её автоматически в процессе розлива.

Список литературы

1. Реологические основы расчета оборудования производства жиросодержащих пищевых продуктов: Учебн. пособие / В. А. Арет, Б. Л. Николаев, Л. К. Николаев. – СПб.: СПбГУНиПТ, 2007. – **537** с.