

Выбор математического описания процесса термообработки колбасных изделий в белковой оболочке.

Д.т.н. Вороненко Б.А., Пеленко В.В., аспирант Хатченко Е.П.

Факторы, сдерживающие развитие техники термической обработки мясопродуктов, обусловлены многообразием и сложностью ключевых процессов и базового оборудования и, как следствие, отсутствием законченных аналитических расчетных методов.

Сказанное определило необходимость математического описания процесса тепловой обработки колбасных изделий в белковой оболочке.

Если считать батон колбасы однородной и изотропной средой, белковую оболочку (в первом приближении) невлагопроводной, а температуру боковой (наружной) цилиндрической поверхности батона постоянна, то математически задачу совместного тепло- и массопереноса для двухслойной среды батон-оболочка можно сформулировать следующим образом:

Требуется решить систему дифференциальных уравнений второго порядка в частных производных [1]

$$\frac{\partial t_1(r, \tau)}{\partial \tau} = a_{q_1} \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial t_1(r, \tau)}{\partial r} \right) + \frac{\varepsilon \rho}{c_{q_1}} \cdot \frac{\partial U(r, \tau)}{\partial \tau} \quad (1)$$

$$\frac{\partial U(r, \tau)}{\partial \tau} = a_m \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial U(r, \tau)}{\partial r} \right) + a_m \delta \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial t_1(r, \tau)}{\partial r} \right); \quad (2)$$

($\tau > 0$; $0 < r < R_1$)

$$\frac{\partial t_2(r, \tau)}{\partial \tau} = a_{q_2} \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial t_2(r, \tau)}{\partial r} \right); \quad (3)$$

($\tau > 0$; $R_1 < r < R_2$)

при следующих краевых условиях:

$$t_1(r, 0) = t_2(r, 0) = t_0 = const; \quad (4)$$

$$U(r, 0) = U_0 = const; \quad (5)$$

$$\frac{\partial U(0, \tau)}{\partial r} = \frac{\partial t_1(0, \tau)}{\partial r} = 0; \quad (6)$$

$$t_1(0, \tau) < \infty; \quad U(0, \tau) < \infty; \quad (7)$$

$$t_1(R_1, \tau) = t_2(R_1, \tau); \quad (8)$$

$$\lambda_{q_1} \frac{\partial t_1(R_1, \tau)}{\partial r} = \lambda_{q_2} \frac{\partial t_2(R_1, \tau)}{\partial r}; \quad (9)$$

$$\frac{\partial U(R_1, \tau)}{\partial r} + \delta \frac{\partial t_1(R_1, \tau)}{\partial r} = 0; \quad (10)$$

$$t_2(R_2, \tau) = t_c = const; \quad (11)$$

Здесь (1) и (3) – уравнения теплопереноса в батоне и оболочке соответственно.

Уравнение (2) — уравнение влагопереноса в батоне.

Равенства (4) и (5) — условия равномерности температур и влагосодержания в батоне и оболочке в начальный момент процесса ($\tau=0$) — начальные условия.

Выражения (6) и (7) — условия симметричности и физической ограниченности потенциалов внутри материала.

Равенства (8) и (9) — граничные условия четвёртого рода, выражающие равенства температур и тепловых потоков при хорошем контакте на внутренней поверхности цилиндрической оболочки.

Уравнение (10) — условие влагоизоляции на внутренней поверхности оболочки.

Уравнение (11) — граничные условия первого рода (наружная поверхность оболочки мгновенно принимает температуру среды, которая во время процесса тепловой обработки колбасного батона не изменяется).

Индекс $i=1$ относится к батону, индекс $i=2$ — к оболочке.

Уравнение теплопроводности (3) записано для полого цилиндра, однако, учитывая, что наружная оболочка тонкая в сравнение с радиусом внутреннего цилиндра, в первом приближение её можно считать плоской. Поэтому уравнение теплопроводности для неограниченной пластины:

$$\frac{\partial t_2(r, \tau)}{\partial \tau} = aq_2 \frac{\partial^2 t_2(r, \tau)}{\partial r^2}; \quad (12)$$
$$(\tau > 0, R_1 < r < R_2)$$

Решение краевой задачи (1) – (2), (4) – (12) даст распределение температуры и влагосодержания в колбасном батоне, т.е. поля температур и влагосодержания, что позволит в дальнейшем определить темпы нагрева, усреднённые значения температуры и влагосодержания, энергозатраты, необходимые для доведения продукта до полной готовности. После проверки конечных решений на адекватность реальному процессу будут предложены формулы для инженерных расчётов температуры и влагосодержания в любой момент времени в любой точке батона.

Полученные аналитические решения позволят решить и обратную задачу: определение времени термической обработки продукта.

Список литературы

1. Лыков А.В., Михайлов Ю.В. Теория тепло- и массопереноса.-М.-Л.: Госэнергоиздат, 1963.– 535 с.