

## Критериальное уравнение процесса суспензирования с учетом коэффициента насосного эффекта

Д. т. н. Вороненко Б.А., аспирант Орлов П.В.

В работах В.В. Кафарова с сотрудниками [1, 2, 3] установлено, что механическое перемешивание жидкостей различными типами мешалок приводит к образованию ярко выраженных циркуляционных контуров. В этом случае для описания гидродинамики процессов перемешивания может быть использован математический аппарат цепей Маркова, причем при разработке модели используются параметры, которые находятся из конструктивных особенностей аппарата, что создает предпосылки для масштабирования.

Под циркуляцией жидкости в аппарате с мешалкой понимается перемещение жидкости по замкнутому контуру в соответствии с направлением линий тока. Наиболее существенное влияние на процесс перемешивания оказывает вторичная циркуляция, связанная с насосным эффектом мешалки ( $V_{ц}$ ). Для геометрически подобных мешалок принимают [5, 6]:

$$V_{ц} = C_n n d_m^3, \quad (1)$$

где  $C_n$  - коэффициент насосного эффекта,  $n$  - частота вращения мешалки,  $d_m$  - диаметр мешалки.

Рассмотрим перемешивание суспензии в объеме, ограниченном цилиндрической областью диаметром  $D_{ап}$  (диаметр аппарата) и высотой  $H_m$  (глубина погружения мешалки). Будем считать, что влияние мелкодиспергированной твердой фазы на процесс перемешивания мешалкой радиусом  $r_m$  будет сводиться лишь к увеличению плотности и вязкости суспензии по отношению к жидкой фазе.

Известно, что движение несжимаемой вязкой жидкости, находящейся в поле силы тяжести, описывается системой, включающей уравнение Навье-Стокса и уравнение неразрывности:

$$\begin{cases} \frac{\partial \vec{W}}{\partial t} + \vec{W} \nabla \vec{W} - \vec{g} + \frac{1}{\rho} \nabla p - \nu \nabla^2 \vec{W} = 0 & (2) \\ \operatorname{div} \vec{W} = 0 & (3) \end{cases}$$

где  $W$  - скорость,  $t$  - время,  $g$  - ускорение свободного падения,  $\rho$  - плотность,  $p$  - давление,  $\nu$  - коэффициент кинематической вязкости.

Применительно к рассматриваемой задаче краевые условия в цилиндрических координатах имеют вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} W_z = 0; \frac{\partial \sqrt{W_z^2 + W_\varphi^2}}{\partial z} = 0 (\tau = 0); z = 0; \\ W_z = 0; W_\varphi = \omega \cdot r; z = H_M; r_M \geq r \geq 0; \\ W_z = 0; W_\varphi = 0; W_r = 0; r = \frac{D}{2} \end{array} \right. \quad (4)$$

где  $\tau$  - касательное напряжение на свободной поверхности жидкости,  $\omega$  - угловая скорость,  $r, \varphi, z$  - цилиндрические координаты.

Соотношения (2) - (4), согласно второй теореме подобия, в безразмерной форме могут быть записаны в виде [7]:

$$Eu_M = f_1 (Re_M, Fr_M, \Gamma), \quad (5)$$

где  $Eu_M = \frac{N}{\rho n^3 d^5}$  - модифицированное число (критерий) мощности,

$Re_M = \frac{n d^2}{\nu}$  - модифицированное число Рейнольдса,

$Fr_M = \frac{n^2 d}{g}$  - модифицированное число Фруда,

$\Gamma = \frac{D}{H}$  - симплекс геометрического подобия.

Физические параметры суспензии определяются относительным содержанием частиц твердой фазы  $X$ :

$$\frac{\nu_c}{\nu} = f_2 (X); \frac{\mu_c}{\mu} = f_3 (X); \frac{\rho_c}{\rho} = f_4 (X). \quad (6)$$

С учетом очевидных соотношений

$$V_a = \frac{\pi D_a^3}{4}, \quad (7)$$

$$V_{\Pi} = \frac{V_a}{t}, \quad (8)$$

преобразуем критерий мощности:

$$Eu \sim \frac{1}{\pi} \cdot \frac{V_{\Pi}}{n d^3}. \quad (9)$$

Решение задачи (2) - (4) при условиях (1), (6) и (9) получено в виде следующего обобщенного уравнения подобия:

$$C_H = A_1 Re^{A_2} Fr^{A_3} \Gamma^{A_4} X^{A_5}, \quad (10)$$

где  $A_1 - A_5$  - коэффициенты, определяемые из эксперимента.

Полученное уравнение (10) позволяет оценить влияние конструктивных параметров аппарата и свойств суспензии на гидродинамику процесса.

## Список литературы

1. Кафаров В.В. основы массопередачи. - М.: Высшая школа, 1979, - 439 с.
2. Кафаров В.В., Клипинцер В.А. Математическое моделирование аппаратов с мешалками // Тез. докл. 1-ой Всесоюзной конференции: «Теория и практика перемешивания в жидких средах». - М.: 1971. - С. 21 - 24.
3. Кафаров В.В., Дудоров А.А., Клипинцер В.А., Гордеев Л.С. Использование цепей Маркова для описания процессов перемешивания гомогенных систем в реакторах с мешалками // Тез. докл. 1-ой Всесоюзной конференции «Теория и практика перемешивания в жидких средах». - М.: 1971. - С. 107 - 111.
4. Стренк Ф. Перемешивание и аппараты с мешалками / Пер. с польск. под ред. И.А. Щупляка. - Л.: Химия, 1975. - 384 с.
5. Васильцов Э.А. Ушаков В.Г. Аппараты для перемешивания жидких сред. - Л.: Машиностроение, 1979. - 272 с.
6. Веригин А.Н., Федоров В.Н., Данильчук В.С. Химико-технологические агрегаты: Имитационное моделирование. - СПб.: СПбГУ, 1998 - 220 с.
7. Гухман А.А., Зайцев А.А. Теория подобия, анализ размерностей, характеристический масштаб. - М.: МГОУ, 1993. - 73 с.