

УДК [664.951.65.08:633/635]:664.956

Моделирование кинетики тепломассопереноса в процессе вакуумного замораживания рыбного фаршевого сырья

Д-р техн. наук **И.Ю. Александян**, 16081960igor@gmail.comд-р техн. наук **А.Х.-Х. Нугманов**, albert909@yandex.ru**Н.В. Ярцева**, n.v.yartseva_work_astu@mail.ru, **Ю.М. Худалиев**, hudaliev@yandex.ru*Астраханский государственный технический университет
414056, Россия, Астрахань, ул. Татищева, 16***Н.Д. Айсунгуров**, aysungurov91@mail.ru*Грозненский государственный нефтяной технический университет имени академика М.Д. Миллионщикова
364051, Россия, Чеченская Республика, Грозный, пр-т им. Х.А. Исаева, 100*

Исследовали процесс тепломассопереноса в рыбном фаршевом продукте, который после формовки в виде штранга подвергается вакуумной заморозке, для получения мороженой гранулированной продукции функционального назначения. Выбран метод самопроизвольного вакуумного замораживания тонкого рыбного штранга, который на взгляд авторов наиболее предпочтителен в сравнении с другими способами, в частности, вследствие высокой скорости реализации процесса. Решали математическую модель тепломассопереноса в процессе вакуумного замораживания рыбного фаршевого сырья, применяя численный конечно-разностный метод. Объектом исследования служил разработанный мороженный фарш из карпа и щуки в виде мелких гранул с добавлением порошковой смеси «Лактулоза Премиум» и без. Решив математическую модель, разработанную для объекта исследования, и представив ее результат в виде эволюции полей температур по продолжительности и по слою фаршевой гранулы, доказана возможность применения адаптированного дифференциального уравнения тепломассопереноса именно для вакуумного замораживания широкого спектра фаршевых пищевых продуктов в виде гранул, что говорит о его пользе в инженерных расчетных процедурах. Использование полученных результатов в купе с другими необходимыми исследованиями позволит получить рациональные режимные параметры для различных технологий вакуумной заморозки фаршевой пищевой продукции, близкие к оптимальным, в том числе и функциональной направленности.

Ключевые слова: консервирование рыбы; тепломассоперенос; математическое описание тепломассопереноса; численные методы; кинетика процесса; гранулирование фаршей.

DOI: 10.17586/2310-1164-2020-10-2-11-21

Modeling the kinetics of heat and mass transfer in the process of vacuum freezing of minced fish

Ph. D. **Igor Yu. Aleksanian**, 16081960igor@gmail.comPh. D. **Albert H.-H. Nugmanov**, albert909@yandex.ru**Natalya V. Yartseva**, n.v.yartseva_work_astu@mail.ru, **Yuri M. Hudaliev**, hudaliev@yandex.ru*Astrakhan State Technical University
16, Tatishcheva str., Astrakhan, 414056, Russia***Noha D. Aisungurov**, aysungurov91@mail.ru*Grozny State Oil Technical University named after academician M.D. Millionshchikov
100, Isaeva H.A. ave., Grozny, Chechen Republic, 364051, Russia*

This article is devoted to the study of heat and mass transfer in fish minced product, which, after forming in the form of an extrusion, is subjected to vacuum freezing to obtain frozen granulated products for functional purposes. In this case, the method of spontaneous vacuum freezing of thin minced fish was chosen, which according to the opinion of the authors is the most preferable in comparison with other methods due to the high speed of the process in particular. The purpose of this research is to solve the developed mathematical model of heat and mass transfer in the process of vacuum freezing of minced fish raw materials. A numerical finite-difference method was used to solve the system of equations of mass and mass transfer included in the mathematical model. The object of research was the developed frozen minced meat from carp and pike in the form of small granules with and without the addition of a Lactulose Premium powder mixture. By solving the mathematical model developed for the object of research and presenting its result as the evolution of temperature fields over the duration and layer of the minced granule, it was proved that the adapted differential equation of heat and mass transfer can be used for vacuum freezing of a wide range of minced food products in the form of a thin extrusion, which indicates its usefulness in engineering calculation

procedures. Thus, using the results obtained in conjunction with other necessary studies will allow us to obtain rational operating parameters for various technologies of vacuum freezing of minced food products close to optimal, including functional orientated ones.

Keywords: fish conservation; heat and mass transfer; mathematical description of heat and mass transfer; numerical methods; process kinetics; granulation of minced meat.

Введение

Актуальность совершенствования технологии криоконсервирования биополимеров не вызывает сомнений, что подтверждается широким спектром публикаций и исследований, осуществляемых с этой целью. При оправданном желании ученых повысить скорость и качественную эффективность таких процессов с учетом потребительских параметров, особенно в аспекте органолептики и биологической ценности, необходимо учитывать ряд ограничений при подобном подходе, который дает возможность торможения микробиологических и биохимических трансформаций, приводящих к понижению продолжительности сохранности изделий.

В последнее время разрабатываются перспективные технологии получения гранулированного замороженного рыбного фарша с добавлением порошковых функциональных ингредиентов, применяя технологию вакуумной заморозки [1]. Добавление сухих функциональных добавок в фарш способствует связыванию части влаги в нем, тем самым снижая количество ее свободной части, которая и подвергается замораживанию и, как следствие затрат на криообработку. Отметим, что сами добавляемые ингредиенты содержат ценные компоненты, не свойственные рыбному сырью, что делает гранулированный рыбный фаршевый продукт (ПФР) функциональным полуфабрикатом при сохранении требуемых к данному виду продукции потребительских свойств.

Несмотря на широкое разнообразие методов замораживания, к выбору способа и технических средств холодильной обработки различных пищевых материалов необходим системный подход. При этом его формирование невозможно без понимания механизма и определения кинетики трансформации температурного фронта по объему образца, в нашем случае при пониженном остаточном давлении в камере и самопроизвольной заморозке (СЗ), что необходимого для выбора рациональных режимных параметров применяемой морозильной техники.

Учитывая, что рыба является сырьем, содержащим компоненты функционального характера, ее целесообразно применять для изготовления композиций функциональных питательных рационов и, в частности, в виде ПФР с пребиотическими премиксами. Следует отметить, что вопросы, связанные с получением гранулированных рыбных фаршевых пищевых смесей, обогащенных пребиотической порошковой смесью «Лактулоза Премиум», на основе которых можно проектировать рецептурный состав новых рыбных кулинарных изделий, сбалансированных по биологической, пищевой и энергетической ценности до сегодняшнего момента еще не рассматривались.

В этой связи целью данного исследования является решение математической модели тепломассопереноса в процессе вакуумного замораживания рыбного фаршевого сырья, т.к. это оказывает существенное влияние на выбор рациональных режимных параметров применяемой технологии.

Для устранения обозначенной проблемы нужно рациональное решение ряда задач:

- адаптировать основное дифференциальное уравнение тепломассопереноса для процесса вакуумного замораживания рыбного фаршевого сырья в виде тонкого штранга;
- с использованием численного метода конечных разностей решить полученную математическую модель и представить решение в виде эволюции полей температур по слою фаршевой гранулы, изменяющейся во времени исследуемого процесса.

Объекты и методы исследования

Объектом исследования служил разработанный мороженный фарш из карпа и щуки в виде мелких гранул с добавлением порошковой смеси «Лактулоза Премиум» и без, в которой содержание активного вещества лактулозы в 6,6 г порошка составляет 5 г. Фарш оценивался в соответствии с ГОСТ Р 55505-2013 «Фарш рыбный пищевой мороженный. Технические условия». С точки зрения органолептики, необходимо, чтобы мороженный ПФР отвечал требуемым параметрам, сведенным в таблице 1.

Таблица 1. Параметры гранулированного рыбного фаршевого продукта в замороженном состоянии с точки зрения органолептики

Table 1. The parameters of the granulated minced fish product in terms of organoleptics

Вид требования к гранулам	Состояние ПФР из карпа с добавкой щучьего мяса
наружное состояние	наружная поверхность ровная с незначительным наличием локальных углублений
оно же на срезе	тонкодисперсное однородное сечение с незначительными кожными, костными и пленочными фрагментами, а также включениями премикса
цветовая палитра	специфическая для данной рыбной породы
специфика аромата	маловыраженный, специфический для данной рыбной породы, без негативного запаха. Возможен незначительный иловый запах
специфика консистенции	упруго-вязкая, уплотненная
послевкусие по завершению операции варки	специфическое для данной рыбной породы без нежелательных, в частности, премиксового привкусов и костных включений со сладковатым оттенком

Численный конечно-разностный метод для решения системы уравнений теплового и массового трансфера.

С целью аналитического определения скорости трансфера температурного фронта по толщине объекта изучения в холодильной операции требуется решение комплекса уравнений с варьируемыми коэффициентами пропорциональности. Для этого воспользовались численным методом конечно-разностного интегрирования, посредством которого имеется возможность с достаточной точностью определить искомые температурные поля при их эволюции. Его применение широко используется в инженерных тепломассообменных расчетах при различных способах, режимах и конструктивных особенностях применяемой техники [2].

Основой метода является аппроксимация дифференциалов по следующему алгоритму [3, 4]:

1. построение в изучаемой области сетки с n узловыми точками;
2. в определенной координатной системе заменяем дифференциалы конечными разностями, модифицируя выражение в разностный вид;
3. модифицированное выражение применяем для численного связывания соседних сеточных узлов.

Для текущего варианта решения применимо прямоугольное сетчатое разбиение в координатах $x - c$ так, как показано на рисунке 1. При разложении в ряд Тейлора функциональной зависимости от 2-х независимых переменных параметров можно частную производную представить как центрально разностное выражение

$$\frac{\partial t}{\partial x} \approx \frac{f(x_{i+h}, c_j) - f(x_{i-h}, c_j)}{2h},$$

где h – малый прирост x к величине в точке i .

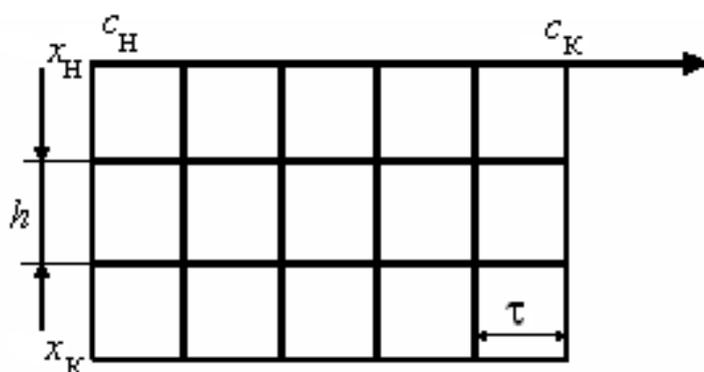


Рисунок 1 – Конечно-разностная сетка

Figure 1. Finite-difference grid

Обозначим $t(x_{i+h}, c_j)$ как $t_{i+1,j}$, тогда после разложения в ряд Тейлора имеем

$$\frac{\partial t}{\partial x} \approx \frac{t_{i+1,j} - t_{i-1,j}}{2h}; \quad \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} \approx \frac{t_{i+1,j} - 2t_{i,j} + t_{i-1,j}}{h^2}; \quad \frac{\partial t}{\partial c} \approx \frac{t_{i+1,j} - t_{i,j}}{\tau},$$

где τ – малый шаговый прирост c к величине в точке j .

Здесь $t_{i,m}$ – функциональные величины в узловых точках, находящиеся около центральной $t_{i,j}$.

Представим определение коэффициентов при $t_{i,m}$ и $t_{i,j}$ в виде расчетных шаблонов – диаграмм, описывающих вклад сетчатых узлов в рассматриваемый дифференциал. Сеточные ячейки могут быть не только квадратными, но и при $h \neq \tau$. Суммирование дифференциалов проводят путем суперпозиции шаблонов (рисунок 2), при использовании каждого из которых в каждом из n сеточных узловых точек имеем систему n линейных уравнений.

$$\frac{\partial t}{\partial c} \approx \frac{1}{2h} \left\| \begin{array}{c} (-1) \leftrightarrow (0) \leftrightarrow (+1) \\ i,j \end{array} \right\|; \quad \frac{\partial t}{\partial c} \approx \frac{1}{h} \left\| \begin{array}{c} (0) \leftrightarrow (+1) \\ i,j \end{array} \right\|$$

$$\frac{\partial t}{\partial x} \approx \frac{1}{2h} \left\| \begin{array}{c} (+1) \\ \downarrow \\ i,j \ (0) \\ \uparrow \\ (-1) \end{array} \right\|; \quad \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} \approx \frac{1}{h^2} \left\| \begin{array}{c} (+1) \\ \downarrow \\ (-2) \\ \uparrow \\ (+1) \end{array} \right\|$$

Рисунок 2 – Расчетные шаблоны
Figure 2. Design patterns

При решении параболического уравнения теплопереноса применяют схемы как явного, так и неявного типа, и с повышенным порядком аппроксимации [5–7].

Схемы явного типа являются сравнительно простыми при решении, но они являются устойчивыми только лишь при условии $\gamma = \frac{\tau}{h^2} \leq 0,5$. Их определяют как схемы с условной устойчивостью [5] при малом h . К тому же продвижение решения y_i^j получается весьма незначительным, ввиду ограничения γ сверху по оси c , что ведет к значительному росту объема вычислений в полуполосе.

Две другие схемы имеют безусловную устойчивость при каком-либо шаговом соотношении по x и c [5]. Обычно для расчетов по одномерному выражению выбирают схемы неявного типа [8, 9].

Одномерное выражение параболического типа можно представить как

$$\frac{\partial t}{\partial c} = a(x, c, t) \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + b(x, c, t) \frac{\partial t}{\partial x} - c(x, c, t)t + f(x, c, t),$$

при этом в некоторых технологических вариантах проведения тепловых процессов, переменные $b(x, c, t)$ и $c(x, c, t)$ могут быть приравнены к нулю.

Решение при $D \equiv \{\alpha \leq x \leq \beta; c_n \leq c \leq c_k\}$, осуществляется при краевых условиях

$$\left. \begin{array}{l} t(x, c_n) = \varphi(x) \ \alpha \leq x \leq \beta \ c_n \leq c \leq c_k \\ \omega_1 t(\alpha, c) + \rho_1 \frac{\partial t}{\partial x}(\alpha, c) = \varphi_1(c) \\ \omega_2 t(\beta, c) - \rho_2 \frac{\partial t}{\partial x}(\beta, c) = \varphi_2(c) \end{array} \right\},$$

где поставлены определенные ограничения: функции $a(x, c)$, $b(x, c)$, $c(x, c)$, $f(x, c)$, $\omega_1(\alpha, c)$, $\omega_2(\beta, c)$, $\rho_1(\alpha, c)$, $\rho_2(\beta, c)$, $\varphi_1(c)$, $\varphi_2(c)$ – являются непрерывными в рассматриваемой области, при этом

$$a(x, c) > 0; c(x, c) \geq 0; |\omega_1| + |\rho_1| \neq 0; |\omega_2| + |\rho_2| \neq 0.$$

Разностная сетка в области D имеет вид

$$\overline{\delta_{h\tau}} = \left\{ \begin{array}{l} x_i = \alpha + ih; \ c_k = k\tau; \ i = 0, 1 \dots N; \ k = 0, 1 \dots N_0 \\ h = \frac{\beta - \alpha}{N}; \ \tau = \frac{c_n - c_k}{N_0} \end{array} \right\},$$

где N, N_0 – количество отрезков разбиения по x и c .

Для каждой из внутренних узловых точек сеточного ареала $\overline{\delta_{h\tau}}$ одномерному выражению параболического типа соответствует выражение разностного типа

$y_t = 0,5(a^{k+1}y_{xx}^{k+1} + b^{k+1}y_x^{k+1} - c^{k+1}y^{k+1} + f^{k+1}) + 0,5(a^k y_{xx}^k + b^k y_x^k - c^k y^k + f^{k+1})$,
 со вторым порядком аппроксимации, т.е. $\|\psi\| = 0(\tau^2 + h^2)$, где

$$y_t = \frac{y_i^{k+1} - y_i^k}{\tau}; y_x^{k+1} = \frac{y_{i+1}^{k+1} - y_{i-1}^{k+1}}{2h}; y_{xx}^{k+1} = \frac{y_{i+1}^{k+1} - 2y_i^{k+1} + y_{i-1}^{k+1}}{h^2}.$$

Условия на границе исследуемой области аппроксимируют с точностью до $0(h^2)$

$$y_i^0 = \varphi_i; i = 0, 1, 2 \dots N;$$

$$\begin{cases} \omega_1 y_0^{k+1} + \rho_1 y_{x,0}^{k+1} = \Psi_{1,0}^{k+1} \\ \omega_2 y_N^{k+1} + \rho_2 y_{x,N}^{k+1} = \Psi_{2,0}^{k+1} \end{cases}$$

Приведа выражение разностного типа к индексному виду, в результате преобразований имеем

$$\frac{\tau}{2h} \left(\frac{b_i^{k+1}}{2} - \frac{a_i^{k+1}}{h} \right) y_{i-1}^{k+1} + \left[1 + \tau \left(\frac{c_i^{k+1}}{2} + \frac{a_i^{k+1}}{h^2} \right) \right] y_i^{k+1} - \frac{\tau}{2h} \left(\frac{b_i^{k+1}}{2} - \frac{a_i^{k+1}}{h} \right) y_{i+1}^{k+1} =$$

$$= y_i^k + \frac{\tau}{2} \left[f_i^{k+1} + f_i^k + \frac{1}{h} \left(\frac{a_i^k}{h} - \frac{b_i^k}{2} \right) y_{i-1}^k - \left(c_i^k + \frac{2a_i^k}{h^2} \right) y_i^k + \frac{1}{h} \left(\frac{a_i^k}{h} - \frac{b_i^k}{2} \right) y_{i+1}^k \right];$$

$$i = 1, 2, \dots N - 1; k = 0, 1 \dots N_0 - 1.$$

Для границы сетки имеем

$$2h\omega_1 y_0^{k+1} + \rho_1 y_1^{k+1} - \rho_1 y_{-1}^{k+1} = 2h\Psi_1(c_{k+1});$$

$$2h\omega_2 y_N^{k+1} + \rho_2 y_{N-1}^{k+1} - \rho_2 y_{N+1}^{k+1} = 2h\Psi_2(c_{k+1}),$$

или, что в рассматриваемом варианте более корректно, применив 2-х точечный шаблон, имеем:

$$h\omega_1 y_0^{k+1} + \rho_1 y_0^{k+1} - \rho_1 y_{-1}^{k+1} = h\Psi_1(c_{k+1});$$

$$h\omega_2 y_N^{k+1} + \rho_2 y_N^{k+1} - \rho_2 y_{N+1}^{k+1} = h\Psi_2(c_{k+1});$$

$$a_i^k = a(x_i, c_k); b_i^k = b(x_i, c_k); c_i^k = c(x_i, c_k); f_i^k = f(x_i, c_k);$$

$$\rho_1 = f(x_H, c_k); \rho_2 = a(x_K, c_k); \Psi_1 = f(c_k); \Psi_2 = f(c_k).$$

Тогда по аналогии то же имеем и для строки $(k + 1)$. На любом слое k выражение решается прогонкой [5].

Приведем расчетный алгоритм решения параболического одномерного соотношения по схеме неявного типа:

1. рассчитывают величины

$$y_i^0 = \varphi(x_i, c_H); i = 0, 1 \dots N;$$

2. на произвольном слое $k = 0, 1 \dots N_0 - 1$ рассчитывают по рекуррентным соотношениям величины прогоночных коэффициентов

$$p_{i,k+1} = -\frac{c_{i,k+1}}{A_{i,k+1}p_{i-1,k+1} + B_{i,k+1}}; q_{i,k+1} = -\frac{D_{i,k+1} - A_{i,k+1}q_{i-1,k+1}}{A_{i,k+1}p_{i-1,k+1} + B_{i,k+1}};$$

для

$$i = 1, 2 \dots N - 1;$$

$$p_{0,k+1} = -\frac{\rho_1(A_{0,k+1} + c_{0,k+1})}{2hA_{0,k+1}\omega_1 + B_{0,k+1}\rho_1}; q_{0,k+1} = -\frac{2hA_{0,k+1}\Psi_{1,k+1} + D_{0,k+1}\rho_1}{2hA_{0,k+1}\omega_1 + B_{0,k+1}\rho_1};$$

где

$$A_{i,k+1} = \frac{\tau}{2h} \left(\frac{b_i^{k+1}}{2} - \frac{a_i^{k+1}}{h} \right); B_{i,k+1} = \left[1 + \tau \left(\frac{c_i^{k+1}}{2} - \frac{a_i^{k+1}}{h} \right) \right];$$

$$C_{i,k+1} = -\frac{\tau}{2h} \left(\frac{b_i^{k+1}}{2} - \frac{a_i^{k+1}}{h} \right);$$

$$D_{i,k+1} = y_i^k + \frac{\tau}{2} \left[f_i^{k+1} + f_i^k + \frac{1}{h} \left(\frac{a_i^k}{h} - \frac{b_i^k}{h} \right) y_{i-1}^k - \left(c_i^k + \frac{2a_i^k}{h^2} \right) y_i^k + \frac{1}{h} \left(\frac{a_i^k}{h} - \frac{b_i^k}{h} \right) y_{i+1}^k \right].$$

3. рассчитываем величины

$$y_i^{k+1} = p_{i,k+1}y_{i+1}^{k+1} + q_{i,k+1}; i = N - 1, N - 2 \dots 2, 1, 0,$$

при этом

$$y_N^{k+1} = \frac{2hc_{N,k+1}\psi_{2,k+1} + \rho_2[D_{N,k+1} - q_{N-1,k+1}(A_{N,k+1} + C_{N,k+1})]}{2hc_{N,k+1}\omega_2 + \rho_2[B_{N,k+1} - p_{N-1,k+1}(A_{N,k+1} + C_{N,k+1})]},$$

и так продолжаем до прохождения заданного количества число шагов по c .

Из условий на границе области имеем

$$y_{-1}^{k+1} = \frac{1}{\rho_1}(h\omega_1y_0^{k+1} + \rho_1y_0^{k+1} - h\psi_1(c_{k+1}));$$

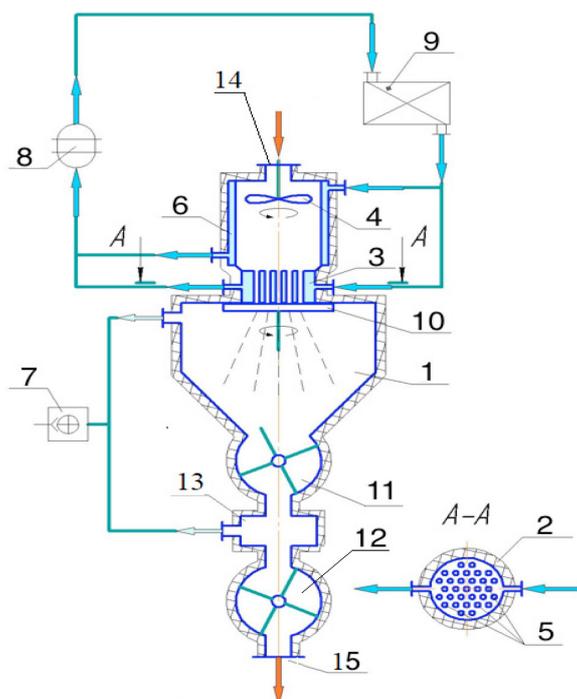
$$y_{N+1}^{k+1} = \frac{1}{\rho_2}(h\omega_2y_N^{k+1} + \rho_2y_N^{k+1} - h\psi_2(c_{k+1})).$$

При условии, что на определенной глубине x слоя толщиной l внутренний источник тепловой энергии мал $\omega_V(l) < \omega_V(l)_{min} = 10^m$ (Вт/м³), то его вводят в условие на границе области, допуская, что $\omega_V(x_i) > \omega_V(0)$. Если же $\omega_V(x_i) > \omega_V(x_i)_{min}$, то $\omega_V(x_i)$ вводится в само уравнение теплопереноса.

Для решения поставленной задачи численно надо задать функционалы, $a(x, c)$, $b(x, c)$, $c(x, c)$, $f(x, c)$, $\omega_1(\alpha, c)$, $\omega_2(\beta, c)$, $\rho_1(\alpha, c)$, $\rho_2(\beta, c)$, $\varphi_1(c)$, $\varphi_2(c)$ и краевые условия.

Результаты и их обсуждение

К одной из первостепенных задач, решаемых при определении кинетических закономерностей криообработки, можно причислить выявление ее рациональной длительности при условии соблюдения необходимых ограничений варьирования температуры T . В соответствии с рекомендуемыми технологическими подходами по вакуумному СЗ ПФР в виде сформованного штранга и последующего его гранулирования, реализуемой в морозильном аппарате, представленного на рисунке 3, падение T осуществляют постадийно. Первоначально T подает до $\approx 3^\circ\text{C}$ в смесительном резервуаре при образовании однородной ингредиентной композиции. Далее формуется жгут ПФР и T уменьшается до величины, приближающейся к криоскопическому значению (КТ), и в завершении технологической цепи проводят СЗ штранга ПФР при пониженном остаточном давлении в вакуумном отсеке установки.



- 1 – вакуумный отсек;
- 2 – внешняя термическая изолирующая прослойка;
- 3 – трубчатый теплообменный отсек;
- 4 – обечайка смесительного резервуара;
- 5 – фильтры;
- 6 – испарительный отсек;
- 7 – вакуумная насосная станция;
- 8 – компрессорная установка;
- 9 – конденсаторный узел;
- 10 – измельчительное устройство;
- 11, 12 – шлюзовой отсек;
- 13 – вакуум-упаковочный отсек;
- 14, 15 – патрубки для ПФР

Рисунок 3 – Схематичный разрез аппарата для самопроизвольной заморозки при пониженном давлении для криообработки гранулированного рыбного фаршевого продукта

Figure 3 – Schematic section of the apparatus for spontaneous freezing under reduced pressure for cryoprocessing of granulated minced fish product

Первоначально оценку варьирования T осуществляют опытным путем по причине доступности ПФР для термозондирования в открытом сравнительно крупногабаритном смесительном резервуаре. Далее в фильерном и тем более в вакуумном отсеках эмпирический контроль T технически трудно осуществим по причинам малого радиуса поперечного сечения фильерной щели, большой скорости трансфера ПФР и, как следствие, недоступности обоих отсеков для термозондирования, ввиду чего очевидна необходимость выявления оптимальных режимных параметров путем построения и решения математической модели операций охлаждения и криообработки.

Вакуумное замораживание (ВЗ) ПФР в холодильном вакуумном отсеке осуществляют в следующей последовательности (рисунок 4). ПФР с $T = -0,45 \pm 0,05^\circ\text{C}$ направляется в вакуумный отсек из фильер под действием градиента общего давления на траектории от поверхностного воздушного слоя над смесительным резервуаром до входа в вакуумный отсек, где происходит ВЗ до $T = -1,5 \pm 0,2^\circ\text{C}$ и отсечение измельчительным устройством замороженной части жгута ПФР, после чего гранулированный материал самопроизвольно по направлению гравитационной силы падает в накопительный отсек для проведения дозирочной и упаковочной операций.

С целью аналитического определения скорости трансфера температурного фронта по толщине объекта изучения в такой холодильной операции требуется решение комплекса уравнений, обуславливающих явления энергетического и массового трансфера, который в данном варианте связан с такими противоположно направленными феноменами при вакуумной криообработке, как энергозатраты при самопроизвольном парообразовании воды в свободном виде при пониженном остаточном давлении в камере, а также энергопотери при формировании ледяной структуры.

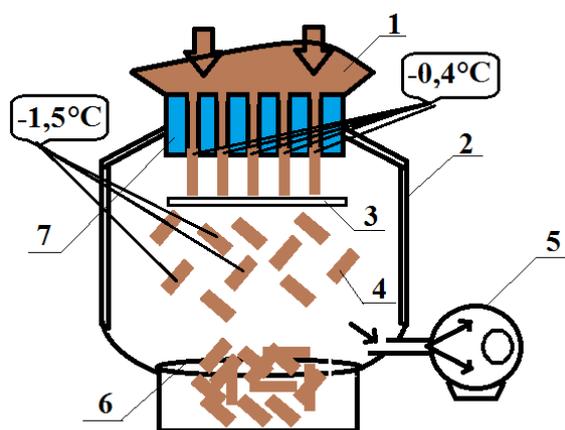


Рисунок 4 – Схематичная последовательность вакуумного замораживания гранулированного рыбного фаршевого продукта:

1 – гранулированный рыбный фаршевый продукт; 2 – вакуумный отсек; 3 – измельчительное устройство; 4 – криообработанный гранулированный рыбный фаршевый продукт; 5 – вакуумная насосная станция; 6 – накопительный отсек; 7 – фильерный отсек

Figure 4. Schematic sequence of vacuum freezing of a granulated fish minced product:

1 – granulated fish minced product; 2 – a vacuum compartment; 3 – grinding device; 4 – cryoprocessed granulated fish minced product; 5 – vacuum pump station; 6 – storage compartment; 7 – spinneret compartment

При постановке задачи численного интегрирования принимаем, что при СЗ ПФР трансфер тепловой энергии будет равнозначно осуществляться на всей границе между ПФР и окружающей средой жгута в виде малоразмерного цилиндра при диаметре его поперечного сечения $d = 3 \dots 6$ мм. За ординату в сетчатом ареале искомого функционала $T(x, \tau)$ принимаем глубину жгута ПФР x по d , м, то есть $x = 0 \dots d$, $x_n = 0$; а x на противоположающей границе объекта $x_k = d$.

При такой форме модели можно заменить сами собой напрашивающиеся полярные координаты на обычные декартовы по причине того, что варьирование T не обусловлено направленностью трансфера тепловой энергии. В качестве абсциссы берем длительность ВЗ в пределах $\tau = 0 \dots \tau_k$.

При малом d жгут ПФР можно считать бесконечным тонким слоем при величинах критерия Био ($Bi_T \ll 1$).

В случае решения одноориентированной задачи уравнение теплового трансфера при наличии объемного источника тепловой энергии будет выглядеть следующим образом [5, 10]

$$c_V(T) \frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda(T) \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \varepsilon \cdot r_1(T) \cdot \rho(T) \cdot \frac{\partial w}{\partial \tau} + r_2(T) \cdot \rho(T) \cdot \frac{\partial L}{\partial \tau} + W(x, T), \quad (1)$$

где c_V – удельная теплоемкость объемная, Дж/(м³·К);

r – энергетическая составляющая, фазовых превращений, Дж/кг. $r = r_1 + r_2$, где r_1 и r_2 – энергетические составляющие при формировании паро- и льдообразной фаз из 1 кг воды;

$\frac{\partial w}{\partial \tau}$ и $\frac{\partial L}{\partial \tau}$ – производные влажности ПФР и концентрации замороженной водной среды в нем по длительности операции ВЗ;

$W(x, T) = 0$ в нашем случае – при исключении объемного источника тепловой энергии.

Проведя замену $\frac{\partial w}{\partial \tau}$ и $\frac{\partial L}{\partial \tau}$ на их средние величины в (1), допуская, что коэффициент фазных преобразований $\varepsilon = 1$, так как по причине высокоинтенсивного фазового перехода воды в свободном состоянии в парообразное состояние, в котором и осуществляется трансфер влаги [5, 10]. Допуская структурную изотропию жгута ПФР теплофизические параметры можно считать постоянными по x выносим $\lambda(T)$ за знак производной. Отнеся все составляющие соотношения $c_V(T)$, имеем

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a(T) \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{r_1(T) \cdot \rho(T)}{c_V(T)} \frac{\partial w}{\partial \tau} + \frac{r_2(T) \cdot \rho(T)}{c_V(T)} \frac{\partial L}{\partial \tau}, \quad (2)$$

где $a(T) = \frac{\lambda(T)}{c(T) \cdot \rho(T)}$ – температуропроводность, м²/с.

С целью увеличения переменных W при операции ВЗ заменяем в (2) w на удельное содержание сухого остатка c , $W = 1 - c$ и получаем

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a(T) \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \frac{r_1(T) \cdot \rho(T)}{c_V(T)} \frac{\partial c}{\partial \tau} + \frac{r_2(T) \cdot \rho(T)}{c_V(T)} \frac{\partial L}{\partial \tau}. \quad (3)$$

Принимая во внимание, что при ВЗ отводится лишь вода, находящаяся в энергетически свободном состоянии, можно определить функционал $\frac{\partial c}{\partial \tau} = f(\tau)$ по данным варьирования интенсивности парообразования со свободной поверхности водной среды при варьировании давления [11–13], где W_v , кг/(м²·с) – интенсивность превращения воды в пар, при T насыщения, обусловленной давлением в вакуумном отсеке, у нас – 30 Торр.

$\frac{\partial c}{\partial \tau} = f(\tau)$ находим в следующей последовательности:

1. выбираем высоту жгута от выходного фильерного отверстия до уровня отсечения гранулы h_{sh} , обозначаем эмпирическую скорость его трансфера как W_{sh} , а исходное удельное содержание сухого остатка как k_{sh} .

2. вычисляем:

– длительность трансфера жгута равнозначна с длительностью ВЗ $\tau_{sh} = h_{sh}/W_{sh}$;

– объем гранулы $V_g = \frac{\pi d^2 h_{sh}}{4}$;

– поверхностную площадь обмена теплом $S = \pi d h_{sh}$;

– массу изначальной гранулы $M_g = V_g \rho$;

– ее же в абсолютно сухом состоянии $M_{сух.g} = M_g k_{sh}$;

– ее же для отведенной воды $M_v = W_v S \tau_{sh}$;

– ее же для гранулы после влагоудаления $M_{og} = M_g - M_v$;

– итоговое удельное содержание сухого вещества в грануле $k_{sh.кон.} = \frac{M_{сух.g}}{M_{og}}$.

В результате имеем $\frac{\partial c}{\partial \tau} = \frac{(k_{sh.кон.} - k_{sh})}{\tau_{sh}}$.

Итак, математически трансформируя соотношения $\frac{\partial c}{\partial \tau} = f(\tau)$ и $\frac{\partial L}{\partial \tau} = f(\tau)$ и (3) имеем

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} - \frac{r_2(T) \cdot \rho(T)}{c_V(T)} \frac{\partial L}{\partial \tau} = a(T) \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \frac{r_1(T) \cdot \rho(T)}{c_V(T)} \frac{\partial c}{\partial \tau}.$$

Учтя, что $c_V = a \cdot c \cdot \rho$ имеем

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} - \frac{r_2(T)}{c(T)} \frac{\partial L}{\partial \tau} = a(T) \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \frac{r_1(T)}{c(T)} \frac{\partial c}{\partial \tau}.$$

Проведя ряд преобразований, имеем

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} - \frac{r_2(T)}{c(T)} \frac{\partial L}{\partial \tau} = \frac{\partial T}{\partial \tau} - \frac{r_2(T)}{c(T)} \frac{\partial L}{\partial \tau} \frac{\partial T}{\partial T} = \frac{\partial T}{\partial \tau} \left(1 - \frac{r_2(T)}{c(T)} \frac{\partial L}{\partial T} \right),$$

в итоге получим уравнение (4), которое и необходимо решить численным методом, подробно описанным ранее.

$$\frac{\partial T(x, \tau)}{\partial \tau} = \frac{a(T)}{1 - \frac{r_2(T)}{c(T)} \frac{\partial L}{\partial T}} \cdot \frac{\partial^2 T(x, \tau)}{\partial x^2} - \frac{r_1(T)}{c(T) \left(1 - \frac{r_2(T)}{c(T)} \frac{\partial L}{\partial T} \right)} \frac{\partial c}{\partial \tau}, \quad (4)$$

где $r_1 = 3118,4581 \cdot 10^3 - 2286,66T$; $r_2 = 335000 + 2120T$, Дж/кг.

В результате описанных процедур определили скорость трансфера полей T при ВЗ ПФР в среде Mathcad Professional (рисунок 5).

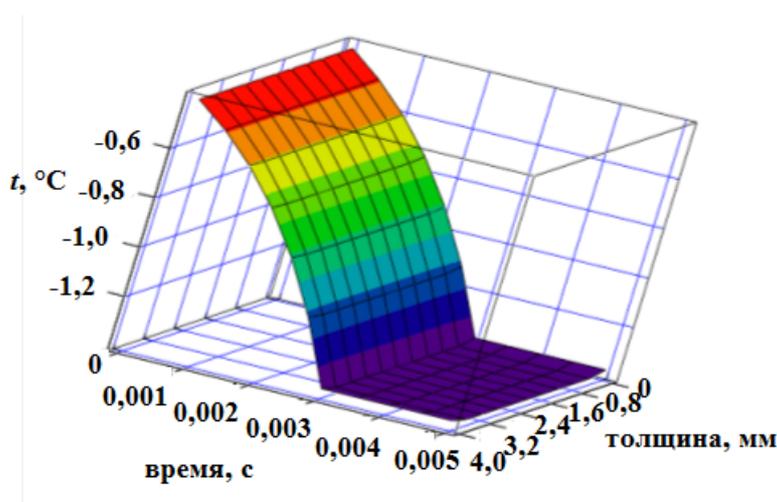


Рисунок 5 – Эволюция полей температур по толщине штранга в вакуумной камере
 Figure 5. Evolution of temperature fields along the thickness of the rod in a vacuum chamber

На рисунке 6 приведены дискретные величины T при трансфере ее полей при ВЗ ПФР и усредненная конечная T_{cp} , °С.

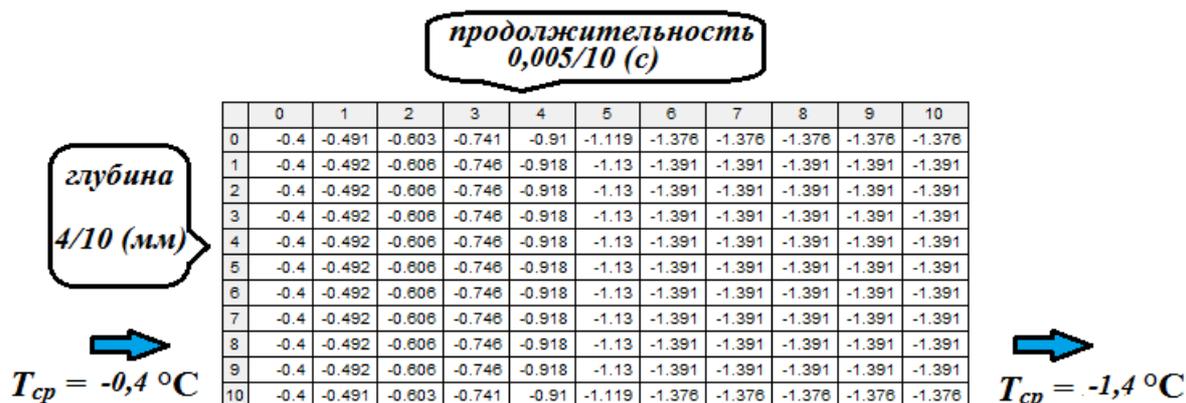


Рисунок 6 – Дискретные величины T при трансфере ее полей при вакуумном замораживании гранулированного рыбного фаршевого продукта
 Figure 6. Discrete values of T during the transfer of its fields during vacuum freezing of a granulated fish minced product

Из анализа рисунков 5 и 6 следует, что величина T_{cp} соответствует заданной $-1,2^\circ\text{C}$.

Выводы

Применив численный метод для решения математической модели, представленной уравнением (4), адаптированной для разрабатываемого функционального рыбного фаршевого продукта и решив ее, можно заключить, что цель данного исследования достигнута, а именно:

- адаптировано основное дифференциальное уравнение тепломассопереноса для процесса вакуумного замораживания рыбного фаршевого сырья в виде тонкого штранга, уравнение (4);
- с использованием численного метода конечных разностей решена полученная математическая модель и представлено решение в виде эволюции полей температур по слою фаршевой гранулы, изменяющейся во времени исследуемого процесса (рисунок 5 и 6);
- эмпирические и расчетные данные не входят в конфликт с опубликованными положениями, что говорит в пользу их адекватности при использовании в инженерных расчетных процедурах.

Таким образом, использование полученных результатов в купе с другими необходимыми исследованиями позволит выявить рациональные режимные параметры для технологии рыбного гранулированного мороженого фарша функциональной направленности, близкие к оптимальным. В итоге это обеспечит целостность и стабильность технологического потока, которые напрямую влияют на увеличение производительности, снижение энергоемкости применяемых в технологии процессов и улучшение качества получаемого в итоге конечного продукта.

Литература

1. *Алексян А.И.* Совершенствование процессов получения замороженных рыбных фаршевых гранулированных смесей: дис. ... канд. тех. наук. Санкт-Петербург, 2018. 215 с.
2. *Нугманов А.Х.Х., Алексян И.Ю., Алексян А.И.* Изучение кинетики процесса смешивания рыбного сырья и растительного компонента // Современная наука и инновации. 2018. № 3(23). С. 135–140.
3. *Жуковская Т.В., Молоканова Е.А., Стуров Д.Л.* О вертикальных асимптотах интегральных кривых обыкновенных дифференциальных уравнений // Вестник Тамбовского гос. техн. ун-та. 2011. Т. 17. № 3. С. 744–751.
4. *Жуковский Е.С., Алвеш М.Ж.* Абстрактные вольтерровы операторы // Известия вузов. Математика. 2008. № 3. С. 3–17.
5. *Алексян И.Ю., Буйнов А.А.* Высокоинтенсивная сушка пищевых продуктов. Пеносушка. Теория. Практика. Моделирование. Астрахань: Изд-во Астрах. гос. техн. ун-та, 2004. 380 с.
6. *Крайнов А.Ю., Моисеева К.М.* Численные методы решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений. Томск: STT, 2016. 44 с.
7. *Azbelev N.V., Maksimov V.P., Simonov P.M.* Theory of functional differential equations and applications. *International Journal of Pure and Applied Mathematics*. 2011, V. 69, no. 2, pp. 203–235.
8. *Максимов В.П., Чадов А.Л.* Об одном классе управлений для функционально-дифференциальной непрерывно-дискретной системы // Известия вузов. Математика. 2012. № 9. С. 72–76.
9. *Ларионов А.С., Симонов П.М.* Устойчивость гибридных функционально-дифференциальных систем с последствием (ГФДСП). II // Вестник Российской академии естественных наук. Темат. номер «Дифференциальные уравнения». 2014. Т. 14. № 5. С. 38–45.
10. *Максименко Ю.А.* Развитие научно-практических основ и совершенствование процессов сушки растительного сырья в диспергированном состоянии: дис. ... докт. техн. наук. Астрахань, 2016. 502 с.
11. *Бульба Е.Е.* Коэффициент аккомодации жидкости при температурах ниже температуры кипения // Теплофизические основы энергетических технологий: сб. тр. Томск: Изд-во ТПУ, 2014. С. 64–68.
12. *Воробьев И.Н., Хащенко А.А.* Экспериментальные исследования по определению значений скорости испарения и кипения жидкостей [Электронный ресурс] // Молодежный научный форум: Естественные и медицинские науки. 2013. № 2. С. 66–73. URL: https://nauchforum.ru/archive/MNF_nature/2.pdf (дата обращения 13.02.2020).
13. *Марков И.И., Хащенко А.А., Вечер О.В.* О скорости испарения жидкости с ее свободной поверхности и с поверхности нагрева // Сб. научн. тр. Сер. Физ.-хим. 2002. № 6. С. 48–54.

References

1. *Aleksanyan A.I.* Improving the processes for producing frozen fish minced granular mixtures. *Candidate's thesis*. St. Petersburg, 2018. 215 p. (*In Russian*).
2. *Nugmanov A.Kh.Kh., Aleksanyan I.Yu., Aleksanyan A.I.* Studying the kinetics of the process of mixing fish raw materials and plant components. *Modern Science and Innovation*. 2018, no. 3(23), pp. 135–140 (*In Russian*).
3. *Zhukovskaya T.V., Molokanova E.A., Sturov D.L.* On vertical asymptotes of integral curves of ordinary differential equations. *Herald of the Tambov State Tech. University*. 2011, V. 17, no. 3, pp. 744–751 (*In Russian*).
4. *Zhukovsky E.S., Alves M.Zh.* Abstract Volterra operators. *News of Universities. Mathematics*. 2008, no. 3, pp. 3–17 (*In Russian*).
5. *Aleksanyan I.Yu., Buynov A.A.* *High intensity food drying. Foam dryer. Theory. Practice. Modeling*. Astrakhan, Astrakhan State Technical University Publ., 2004. 380 p. (*In Russian*).
6. *Kraynov A.Yu., Moiseeva K.M.* *Numerical methods for solving boundary value problems for ordinary differential equations*. Tomsk, STT Publ., 2016. 44 p. (*In Russian*).

7. Azbelev N.V., Maksimov V.P., Simonov P.M. Theory of functional differential equations and applications. *International Journal of Pure and Applied Mathematics*. 2011, V. 69, no. 2, pp. 203–235 (In Russian).
8. Maksimov V.P., Chadov A.L. On a class of controls for a functional-differential continuous-discrete system. *News of Universities. Mathematics*. 2012, no. 9, pp. 72–76 (In Russian).
9. Larionov A.C., Simonov P.M. Stability of hybrid functional differential systems with aftereffect (GF DSP). II. *Herald of the Russian Academy of Natural Sciences. Theme number "Differential Equations"*. 2014, V. 14, no. 5, pp. 38–45 (In Russian).
10. Maksimenko Yu.A. Development of scientific and practical foundations and improvement of drying processes of plant materials in a dispersed state. *Doctor's thesis*. Astrakhan, 2016. 502 p. (In Russian).
11. Bulba E.E. The coefficient of accommodation of the liquid at temperatures below the boiling point. *Thermophysical Fundamentals of Energy Technologies. Collection of work*. Tomsk, TPU Publ., 2014. pp. 64–68 (In Russian).
12. Vorobyov I.N. Experimental studies to determine the values of the rate of evaporation and boiling of liquids. *Youth Scientific Forum: Natural and Medical Sciences*. 2013, no. 2, pp. 66–73. URL: https://nauchforum.ru/archive/MNF_nature/2.pdf (Accessed 02.13.2020) (In Russian).
13. Markov I.I., Khashchenko A.A., Evening O.V. On the rate of liquid evaporation from its free surface and from the heating surface. *Collection of work. Series Phys.-Chem.* 2002, Is. 6, pp. 48–55 (In Russian).

Статья поступила 12.05.2020