УДК 519.68:532.7:541.182.41

Аналитическое и экспериментальное моделирование профиля давления сырья в волчках

Д-р техн. наук **В.В. Пеленко**, pelenko1@rambler.ru канд. техн. наук **В.П. Иваненко**, vpi.vladimir@yandex.ru

Санкт-Петербургский государственный университет промышленных технологий и дизайна 198095, Россия, Санкт-Петербург, ул. Ивана Черных, 4

A.C. IIIaxob, s_shahov@mail.ru

Воронежский государственный университет инженерных технологий 394036, Россия, г. Воронеж, проспект Революции, д. 19

> **И.И. Усманов**, ilhomusmanov@mail.ru **А.А. Денисов**, crazu_rifleman@mail.ru **И.И. Халиков** cool_ih@mail.ru

Университет ИТМО 191002, Россия, Санкт-Петербург, ул. Ломоносова, 9

Исследовали влияние технологических параметров и конструктивных особенностей измельчительных шнековых машин на формирование поля давлений в шнековом канале, что определяет качество и энергоемкость процессов перемещения, экструзии и резания измельчаемого материала. Доказано, что основными параметрами, лимитирующими достигаемые уровни давления сырья на выходе измельчителя, являются геометрические параметры шнека, корпуса, ножа, толщина выходной решетки, количество и диаметр отверстий в ней, а также физико-механические характеристики продукта. Показано, что объектами для математического описания являются зоны и процессы, в которых затрачивается наибольшая доля мощности. При этом нетривиальный винтовой характер перемещения измельчаемого продукта от входа в корпус шнекового измельчителя по мере продвижения к выходу определяет сложность структуры формирования давления вдоль спиральной траектории. Именно сложностью аналитического описания этого процесса было обусловлено до настоящего времени упрощенное рассмотрение либо отдельных технологических зон существующих конструкций измельчителей, либо использование недостаточно обоснованных допущений. Принципиальной особенностью конструкций шнековых устройств, осложняющей моделирование, является наличие на внутренней поверхности корпуса буртиков противоскольжения, исключающих проворачивание сырья, а также обеспечивающих поступательное движение продукта и формирование давления, требуемого для экструзии, что заставило использовать для математического описания процесса гидродинамические уравнения движения в форме Эйлера. Таким образом, аналитическое определение закона распределения давления в волчках по длине винтовой линии в зависимости от конструктивно-технологических параметров волчка и физико-механических характеристик измельчаемого материала поставлено целью исследования. Решение такой задачи в условиях действия на продукт тормозящих сил не только пассивного трения, но также активных сил сопротивления механических элементов противоскольжения, принципиально отличает его от существующих подходов. В результате математического описания, получена аналитическая зависимость внутришнекового давления от 16 влияющих факторов, включая длину винтовой линии, что позволяет обосновать параметры конструктивных элементов и осуществлять формирование на выходе измельчителя необходимое давление для сырья с различными физикомеханическими свойствами, исходя из условий обеспечения качества продукта на выходе и минимальной энергоемкости процесса.

Ключевые слова: гидродинамика; экструзия; измельчение; математическое описание; давление; противоскольжение; волчок; шнек; твердообразный продукт. DOI: 10.17586/2310-1164-2019-12-2-80-89

Analytical and experimental modeling of raw material pressure profile in tops

D. Sc. **Valeriy V. Pelenko**, pelenko1@rambler.ru Ph. D. **Vladimir P. Ivanenko**, vpi.vladimir@yandex.ru St. Petersburg State University of Industrial Technology and Design 4, Ivan Chernykh str., St. Petersburg, 198095, Russia Artem S. Shakhov, s_shahov@mail.ru Voronezh state University of Engineering Technologies 19, Revolution ave., Voronezh, 394036, Russia

Ilkhom I. Usmanov, ilhomusmanov@mail.ru Anton A. Denisov, crazu_rifleman@mail.ru Isfandier I. Khalikov, cool_ih@mail.ru

ITMO University

9, Lomonosov str., St. Petersburg, 191002, Russia

In the article the influence of technological parameters and design features of grinding screw machines on the formation of the pressure field in the screw channel is studied, which determines the quality and energy intensity of the processes of movement, extrusion, and cutting of the crushed material. It is proved that the main parameters limiting the achieved pressure levels of raw materials at the output of the shredder are the geometric parameters of the screw, the body, the knife, the thickness of the output lattice, the number and diameter of holes in it, as well as the physical and mechanical characteristics of the product. It is shown that the objects for the mathematical description are zones and processes in which the largest share of power is spent. At the same time, the non-trivial screw nature of the movement of the crushed product from the entrance to the body of the screw shredder as it moves to the exit determines the complexity of the structure of the pressure formation along the spiral trajectory. It is the complexity of the analytical description of this process that has led to the simplified consideration of either individual technological zones of existing designs of grinders or the use of insufficiently substantiated assumptions. The principal feature of the design of screw devices, complicating the modeling, is the presence of the anti-skid bars on the inner surface of the body, excluding the rotation of raw materials, as well as providing the translational motion of the product and the formation of the pressure required for extrusion, which forced to use for the mathematical description of the process hydrodynamic equations of motion in the Euler form. Thus, the analytical definition of the law of pressure distribution in the tops along the length of the helix, depending on the design and technological parameters of the top and physical and mechanical characteristics of the crushed material, is the aim of the study. The solution of such a problem under the conditions of not only the braking forces of passive friction, but also under the active resistance forces of the anti-skid mechanical elements, distinguishes it from the existing approaches fundamentally. As a result of the mathematical description, the analytical dependence of the intra-screw pressure on sixteen influencing factors, including the length of the helix, which allows to justify the parameters of the structural elements and to form the necessary pressure for raw materials with different physical and mechanical properties at the output of the grinder, based on the conditions of ensuring the quality of the product at the output and the minimum energy intensity of the process.

Keywords: hydrodynamics; extrusion; grinding; mathematical description; pressure; anti-skid; top; screw; solid product.

Введение

Настоящее исследование посвящено математическому описанию закона изменения внутришнекового давления в зависимости от конструктивно-технологических параметров волчка и физико-механических характеристик измельчаемого материала.

Определение закона формирования давления по длине траектории перемещения в условиях тормозящего действия на продукт сил трения со стороны поверхности винтового шнека, осуществлено в работах [1–3].

Аналитическое решение поставленной, более сложной задачи, с учетом наличия на внутренней поверхности корпуса волчка ребер противовращения (противоскольжения) представляется актуальным, особенно в связи с отсутствием в литературе подобных решений, обладающих высокой практической значимостью [4–6].

Для математического описания рассматриваемых процессов используется физическая модель перемещения пробки продукта в обращенном движении по поверхности винтового канала, с введением дополнительного влияния таких факторов тормозящего действия на внешнем контуре, как сила трения, и механическое сопротивление элементов противоскольжения.

Применение результатов моделирования в практике конструирования волчков позволит повысить качество измельчения и снизить энергоемкость процесса.

81

В условиях массового производства и эксплуатации измельчительного оборудования [7, 8] повышение энергоэффективности процесса измельчения является задачей актуальной и практически значимой.

Объекты и методы исследования

Объектами исследования являются процессы взаимодействия сырья с конструктивными элементами волчка при перемещении, деформации и экструзии пищевого материала в условиях трения и противодавления со стороны буртиков противоскольжения, выполненных на внутренней поверхности корпуса.

Методами исследования являются математическое моделирование процесса и решение определяющего линейного дифференциального уравнения первого порядка с постоянными коэффициентами, а также экспериментальный метод оценки адекватности полученных теоретических результатов.

Обсуждение результатов

1. Теоретические материалы исследования

В качестве математической модели процесса примем известные гидродинамические уравнения движения в форме Эйлера для массы продукта единичного объема [9].

Рассматривая случай одномерного перемещения материала по винтовой развернутой поверхности шнекового канала вдоль естественной координаты *L* (координата *L* – развернутая винтовая линия шнека), запишем

$$\frac{\partial V_L}{\partial t} + \frac{\partial V_L}{\partial L} V_L = R_L - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial L}, \qquad (1)$$

где *t* – время процесса перемещения продукта в канале измельчителя, с;

 V_L – проекция вектора скорости на ось координат L, м/с;

ρ – плотность пищевого материала, кг/м³;

P – текущее значение давления пищевого сырья в шнековом канале в зависимости от координаты «L», Па;

 $R_L = R$ — проекция на ось *L* главного вектора внешних сил (силы трения материала о винтовую поверхность шнека и силы механического сопротивления элементов противоскольжения, действующих на массу единичного объема материала), м/с².

В случае установившегося, стационарного режима движения продукта, для уравнения (1) можем записать

$$\frac{\partial V_L}{\partial t} = 0$$

Учитывая твердообразный характер структуры рассматриваемого продукта, процессами циркуляции продукта в направлениях, перпендикулярных продольной оси шнекового канала пренебрегаем.

Переходя к традиционным переменным, уравнение движения в форме Эйлера для массы продукта $M = \rho Q$ запишется в виде

$$\rho Q \frac{\partial Vx}{\partial x} V_x = \rho Q R - Q \frac{\partial P}{\partial x}, \qquad (2)$$

где $V_x = V_L; x = L;$

М – масса пищевого материала, кг;

Q – объем перемещаемой пищевой массы, м³.

Объем перемещаемой пищевой массы продукта может быть определен в соответствии с соотношением

$$Q = \pi L(ab)$$
 или $Q = \pi (D_{\rm H} - D_{\rm B}) 2 \frac{L}{R}$

где *a*, *b* – размеры нижнего основания прямоугольного сечения шнекового канала и боковой стороны соответственно, м;

*D*_н – диаметр наружного образующего цилиндра винтовой поверхности шнека, м;

*D*_в – диаметр внутреннего образующего цилиндра винтовой поверхности шнека, м.

Оценим порядок величин, входящих в уравнение Эйлера. Для этого, преобразуя переменные по координате, параметры уравнения (2) $\frac{\partial V_x}{\partial x}$ и V_x к производным от координаты по времени, можем получить

$$\rho Q \left(\frac{\partial^2 x}{\partial t \partial x}\right) \frac{\partial x}{\partial t} = \rho Q R - Q \frac{\partial P}{\partial x}.$$
(3)

Обозначив левую часть как нестационарную, кинематическую, инерционную составляющую величиной $F_{\rm H}$, запишем для нее соотношение

$$F_{\rm H} = \rho Q \frac{\partial V_x}{\partial x} V_x = \rho Q \left(\frac{\partial^2 x}{\partial t \partial x} \right) \frac{\partial x}{\partial t}.$$
 (4)

По своему физическому смыслу уравнение Эйлера, записанное в форме (3), представляет собой уравнение равновесия сил, действующих на перемещаемый материал.

Анализ принятой физической модели показывает, что силовой фактор *ρQR* формирования профиля давления продукта вдоль винтовой линии (поверхности) шнека состоит из двух компонентов.

Первый компонент связан с наличием сил трения скольжения материала о винтовую поверхность шнека, а также о внутреннюю поверхность цилиндра корпуса шнекового механизма при относительном движении относительно них пищевого сырья.

Второй и, как оказывается, основной определяющей причиной повышения давления в шнековом канале по мере продвижения от зоны загрузки в направлении выхода, является наличие силы механического сопротивления со стороны специальных ребер противоскольжения, выполненных на внутренней поверхности цилиндрического корпуса в форме выступающих буртиков или в виде заглубленных шлицов. Буртики и шлицы могут выполняться соосно корпусу или в виде винтовых многозаходных элементов. В условиях стесненного сжатия сила трения определяется уравнением

$$F_{\rm Tp} = \frac{v}{1-v} \mu PS$$

где $F_{\rm тр}$ – сила трения, H;

µ – коэффициент трения скольжения продукта по поверхности течения;

v-коэффициент Пуассона материала продукта;

S – площадь трения материала о поверхность шнека и цилиндра корпуса, м².

Площадь трения материала о поверхность шнека и цилиндра корпуса может быть определена по соотношениям

$$S = L(a + 2b) + \pi L_{\rm K} D_{\rm H}$$
или $S = \frac{\pi L(D_{\rm H} - D_{\rm B})}{4} + \pi L_{\rm K} D_{\rm H}$,

где L_{κ} – длина корпуса шнека, м;

Сила механического сопротивления со стороны элементов противоскольжения в случае выполнения выступающих буртиков запишется

$$F_{\rm CM} = F_6 = \sigma_{\rm CM} \, S_{\rm CM},$$

где $F_{\text{см}} = F_6$ – сила механического сопротивления перемещенного сырья в винтовом шнековом канале со стороны выступающего буртика противоскольжения перпендикулярно к нему, H;

 $\sigma_{\mbox{\tiny CM}}$ – напряжения смятия материала пищевого сырья, Па;

 $S_{\rm CM}$ — площадь сминаемой поверхности, определяемая соответствующей площадью буртика противоскольжения, м².

При этом

$$S_{\rm CM} = \Delta L_{\rm CM},\tag{5}$$

где Δ – высота выступа ребра противоскольжения (буртика), м;

*L*_{см} – длина линии противоскольжения (линии смятия), м.

В результате, для тормозящей силы со стороны буртика противоскольжения получим

$$F_6 = \sigma_{\rm CM} \Delta L_{\rm CM}.$$
 (6)

Если элементы противоскольжения выполнены в виде заглубленных пазов (шлицов), предельным условием разрушения является не соотношение (6), а удельное усилие среза материала продукта

$$F_{\rm cp} = P_{\rm yd.cp} \, L_{\rm cp},\tag{7}$$

где *F*_{ср} – сила сопротивления срезу материала, вдавленного в шлицы, H;

 $P_{\rm yd.cp}$ – удельное усилие среза для материала продукта, H/м;

*L*_{ср} – длина линии среза, м.

Полагаем, что длина линии смятия L_{cm} и линии среза L_{cp} , входящей в уравнение (7), одинаковы и равны общей длине винтовой линии шнека L_{m} . Учитывая физическую картину взаимодействия продукта с винтовой поверхностью и ребрами противоскольжения, определим длину линии смятия материала в случае буртиков (или среза в случае шлицов) по соотношению

$$L_{\rm CM} = L_{\rm CP} = L_{\rm CEKII.} N_{\rm II},\tag{8}$$

где $N_{\rm n}$ – количество ребер противоскольжения, которые препятствуют проворачиванию пищевого материала вместе со шнеком относительно корпуса волчка, то есть количество секций материала, пересекаемых винтовой линией на всей ее длине;

*L*_{секц.} – длина одной секции противоскольжения, находящейся между соседними витками винтовой линии шнека (фактически – это торцевой шаг винта шнека), м.

Длина одной секции ребра противоскольжения определяется длиной всей винтовой линии шнека, количеством витков и углом наклона нормали винтовой поверхности шнека к его оси в соответствии с очевидным соотношением

$$L_{\rm ceku} = \frac{L\sin\gamma}{N_{\rm m}},\tag{9}$$

где $N_{\rm m}$ – количество витков винтовой линии шнека;

γ – угол наклона нормали винтовой поверхности шнека к его оси.

Таким образом, длина линии деформации смятия или среза после подстановки соотношения (9) в уравнение (8) примет форму выражения

$$L_{\rm CM} = L_{\rm cp} = N_{\rm fl} \frac{L \sin \gamma}{N_{\rm HI}}.$$
 (10)

В таком случае усилие смятия материала (10), формирующее закон распределения давления по длине винтовой линии шнека может быть записано в виде

$$F_{\rm f} = \sigma_{\rm CM} \Delta N_{\rm II} \frac{L \sin \gamma}{N_{\rm III}}.$$
(11)

Совершенно аналогично для случая выполнения ребер противоскольжения в виде шлицов, заглубленных на внутренней поверхности корпуса шнекового механизма, запишем соответствующее усилие механического сопротивления срезу

$$F_6 = P_{\rm yd.cp} N_{\rm fl} \frac{L \sin \gamma}{N_{\rm fl}}.$$
 (12)

Оценки показывают, что порядок значений силового фактора, вычисленных по соотношениям (11) и (12), одинаков. Из технологических соображений принимаем за основу в дальнейших расчетах уравнение (11). Тогда общее выражение для силового фактора ρQR , включающего в себя и силу трения скольжения, и силу механического сопротивления ребер противоскольжения, запишем в виде суммы соотношений (5) и (11)

$$\rho QR = F_{\rm TD} + F_6$$

или

$$\rho QR = \frac{v}{1-v} \mu PS + \sigma_{\rm CM} \Delta N_{\rm II} \frac{L \sin \gamma}{N_{\rm III}}.$$
(13)

Рассмотрим более подробно левую часть уравнения Эйлера (3).

При постоянном шаге винтовой линии шнека, в случае установившегося режима процесса формирования давления мясного сырья в корпусе волчка, анализируемый фактор не дает внешней силовой компоненты, является кинематической, инерционной составляющей и при стационарном режиме не формирует сил инерции, так как вторая смешанная производная $\left(\frac{\partial^2 x}{\partial t \partial x}\right) \frac{\partial x}{\partial t} = \frac{\partial V x}{\partial x}$ равна нулю.

В случае же переменного шага винтовой линии шнека появляется инерционная составляющая, поэтому необходимо задать закон изменения скорости V_x в зависимости от продольной координаты шнекового канала. Этот закон задается коэффициентом уменьшения шага винтовой линии или начальным и конечным значением угла наклона винтовой линии при линейном законе изменения этого угла по ее длине.

Рассмотрим закон изменения скорости в линейной форме

$$V_x = V_L = V_o(1-kL),$$

где *k* – коэффициент снижения скорости перемещения материала, определяемый коэффициентом сжатия шага винтовой линии шнека, м⁻¹. Коэффициент *k* определим через начальный и конечный углы наклона винтовой линии, а также полную ее длину

$$k = rac{\gamma_{_{
m H}} - \gamma_{_{
m K}}}{L_{_{
m H}}}$$
 ,

где _{үн} – угол наклона винтовой линии к оси шнека в его начале;

γ_к – угол наклона винтовой линии к оси шнека в его конце;

L_ш – полная длина винтовой линии шнека, м.

На практике коэффициенты сжатия объема продукта при перемещении от начала к выходу из измельчителя составляют 20÷30%, поэтому можно принять $k = 0,2 \text{ м}^{-1}$.

*V*₀ – начальное значение скорости потока массы материала в зоне его загрузки.

L = *x* – линейная координата по длине винтовой поверхности шнека, м.

Из геометрических соображений, в соответствии с разверткой винтовой линии шнека, очевидна следующая зависимость

$$V_o = \frac{\omega D_{\rm H}}{2\cos\gamma_{\rm H}},$$

где ω – угловая скорость вращения шнека, с⁻¹.

В таком случае для нестационарного инерционного силового компонента, обусловленного непостоянством шага шнека, в общем случае можем записать

$$F_{\rm H} = \rho Q \frac{\partial V_X}{\partial x} V_X = \rho Q V_L \frac{\partial V_L}{\partial L} = -\rho Q V_0^2 k \left(1 - kL\right) = -\rho Q \left(\frac{\omega D_{\rm H}}{2\cos\gamma_{\rm H}}\right)^2 k (1 - kL).$$
(14)

Таким образом, уравнение движения (2) в форме Эйлера для перемещения пищевого материала в шнековом винтовом канале с переменным шагом в общем случае в координатах переменной длины винтовой линии L = x, с учетом соотношений (4) и (14) принимает вид

$$-\rho Q V_0^2 k (1-kL) = \rho Q R - Q \frac{\partial P}{\partial L}.$$

После подстановки величины *рQR* из соотношения (13), уравнение движения в форме Эйлера запишется в форме

$$-\rho Q \left(\frac{\omega D_{\rm H}}{2\cos\gamma_{\rm H}}\right)^2 k(1-kL) = \frac{\nu}{1-\nu} \mu PS + \sigma_{\rm CM} \Delta N_{\rm II} \frac{L\sin\gamma}{N_{\rm III}} - Q \frac{\partial P}{\partial L}.$$

После перегруппировки слагаемых, однородных по L и P, получаем

$$\frac{\partial P}{\partial L} = \frac{\nu \mu P S}{(1-\nu)Q} + \left(\sigma_{\rm CM} \Delta N_{\rm II} \frac{L \sin \gamma}{Q N_{\rm III}} - \rho V_o^2 k^2\right) L + \rho V_o^2 k.$$
(15)

Учитывая, что *S* и *Q* для конкретного шнекового механизма функционально связаны с длиной винтовой линии *L* строго линейно, а потому их отношение постоянно, и полагая μ = const, получим из (15) линейное дифференциальное уравнение первого порядка с постоянными коэффициентами *m*, *n* и *w* в следующей форме

$$\frac{\partial P}{\partial L} + mP = nL + w, \tag{16}$$

где $m = \frac{-v}{(1-v)Q} \mu S = const$ – постоянная величина, м⁻¹;

n = ($\sigma_{\rm CM} \Delta N_{\rm II} \frac{\sin \gamma}{Q N_{\rm III}} - \rho V_o^2 k^2$) – постоянная величина, H/м⁴;

 $w = \rho V_o^2 k$ – свободный член уравнения, не зависящий от *L* и *P*, H/м³.

Для решения этого дифференциального уравнения используем метод Бернулли замены переменной. Полагая *Р* функцией некоторых двух переменных *U* и *V*, зависящих от *L*, запишем

$$P = UV, \tag{17}$$

найдем производную Р'

$$P' = U'V + UV'. \tag{18}$$

Подставим теперь выражение (17) и (18) в уравнение (16), тогда получим соотношение

$$U'V + V'U + mUV = nL + w.$$
 (19)

Сгруппируем составляющие в левой части уравнения (19), получим уравнение вида

$$U'V + U(V' + mV) = nL + w.$$
 (20)

Выберем теперь функцию V так, чтобы выполнялось соотношение

$$V' + mV = 0.$$
 (21)

Тогда, в этих условиях из уравнения (20) получим следующее равенство

$$U'V = nL + w. (22)$$

Решим совместно систему уравнений (21) и (22). Из соотношения (21) имеем $\frac{\partial V}{\partial L} = -mV$ или

$$\frac{\partial V}{V} = -m\partial L,\tag{23}$$

отсюда, после интегрирования уравнения (23) следует, что зависимость *V* от *L* носит экспоненциальный характер вида

$$V = e^{-mL}.$$
 (24)

Подставляя полученную зависимость (24) в уравнение (22) и интегрируя его, найдем неизвестную функцию U

$$U'e^{-mL} = nL + w$$
 или $\frac{\partial U}{\partial L} = (nL + w)e^{mL}.$ (25)

Интегрируя уравнение с разделяющимися переменными (25), получим соотношение

$$\int \partial U = \int (nL + w) e^{mL} \partial I$$

или в квадратурах

$$U = ne^{mL}(\frac{L}{m} - \frac{1}{m^2}) + \frac{e^{mL}w}{m} + C.$$
 (26)

Подставляя теперь в уравнение (17) полученные выражения для V (24) и U (26), найдем искомый закон распределения давления P пищевого материала по длине L винтового шнекового канала волчка в форме

$$P = \left[ne^{mL}\left(\frac{L}{m} - \frac{1}{m^2}\right) + \frac{e^{mL}w}{m} + C\right]e^{-mL}$$

или, после элементарных преобразований, в виде

$$P = \left[n\left(\frac{L}{m} - \frac{1}{m^2}\right) + \frac{w}{m}\right] + Ce^{-mL}.$$
(27)

Произвольную постоянную интегрирования C найдем из граничных условий при L = 0; $P = P_0$, где P_0 – начальное давление пищевого материала в зоне загрузки шнекового механизма (давление начального подпрессовывания), Па.

При этом получаем выражение $P_0 = -\frac{n}{m^2} + \frac{w}{m} + C$, откуда определяем величину C

$$C = P_0 + \frac{n}{m^2} - \frac{w}{m}.$$
 (28)

Окончательное выражение для закона изменения давления *P* продукта по длине шнекового канала *L* в соответствии с (27) и (28) примет вид

$$P = \left[n(\frac{L}{m} - \frac{1}{m^2}) + \frac{w}{m}\right] + \left(P_o + \frac{n}{m^2} - \frac{w}{m}\right)e^{-mL}.$$
(29)

После подстановки в полученное соотношение (29) значений коэффициентов *n, m* и *w*, согласно принятым обозначениям, решение дифференциального уравнения (16) запишем в следующем виде

$$P = \left(\sigma_{\rm CM}N_{\rm II}\Delta\frac{\sin\gamma}{QN_{\rm III}} - \rho V_0^2 k^2\right) \left[\frac{L}{\left(\frac{-\nu}{1-\nu}\cdot\frac{\mu S}{Q}\right)} - \frac{1}{\left(\frac{-\nu}{1-\nu}\cdot\frac{\mu S}{Q}\right)^2}\right] + \left[\frac{\rho V_0^2 k}{\left(\frac{\nu}{1-\nu}\cdot\frac{\mu S}{Q}\right)}\right] + \left[P_0 + \frac{\left(\sigma_{\rm CM}N_{\rm II}\Delta\frac{\sin\gamma}{QN_{\rm III}} - \rho V_0^2 k^2\right)}{\left(\frac{\nu}{1-\nu}\cdot\frac{\mu S}{Q}\right)^2} + \frac{\rho V_0^2 k}{\left(\frac{\nu}{1-\nu}\cdot\frac{\mu S}{Q}\right)}\right] e^{\frac{\nu}{1-\nu}\cdot\frac{\mu SL}{Q}}.$$
 (30)

Таким образом, найдена аналитическая зависимость изменения давления *P* продукта по длине *L* шнекового канала.

Зависимость закона распределения давления в шнековом канале от его длины определяется следующими 16-ю характеристиками: σ_{cm} ; Δ ; N_{II} ; N_{III} ; ρ ; ν ; μ ; $P_{0;} a; b; D_{H}; D_{B}; L_{III}; \gamma_{H}; \gamma_{B}; \omega$.

В соответствии с реальными числовыми значениями этих характеристик [10–12], определим порядок величины давления пищевого материала в винтовом канале шнека и построим график зависимости P = P(L).

Рассмотрим мясное сырье с нижеследующими характеристиками:

$$\sigma_{cM} = 0,7 \text{ M}\Pi a; \Delta = 10^{-3} \text{ M}; N_{\Pi} = 4; N_{III} = 4; \rho = 10^{3} \text{ кг/m}^{3}; \nu = 0,43; \mu = 0,02; P_{0} = 0,1 \text{ M}\Pi a;$$

 $a = 2 \cdot 10^{-2} \text{ M}; b = 3 \cdot 10^{-2} \text{ M}; D_{H} = 58 \cdot 10^{-3} \text{ M}; D_{B} = 26 \cdot 10^{-3} \text{ M}; L_{III} = 0,773 \text{ M}; \gamma_{H} = \frac{\pi}{4}; \gamma_{B} = \frac{\pi}{20}; \omega = 6\pi \cdot c^{-1}.$

При этом получаем $S = 6 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2$; $Q = 3 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3$. Тогда уравнение (30) примет следующий вид

$$P = 199 - 811796(L + 0.3314) + (P_0 + 269585)e^{3.01754L}.$$
(31)

Для $L_{\rm m} = 0,773$ м, вычисления по (31) дают максимально возможное значение давления мясного сырья в данном шнековом механизме P = 2,19 МПа.

2. Материалы экспериментальных исследований

Для проведения экспериментальных исследований, аналогично работам [13–15], была спроектирована установка, фотография которой приведена на рисунке 1. Экспериментальный стенд изготовлен на базе аналога мясорубки 8ММ (волчка) производства ОАО «Ленполиграфмаш». Эта мясорубка является типичным представителем машин, применяемых на малых и средних предприятиях по переработке мясного сырья.



Рисунок 1 – Фотография экспериментального стенда Figure 1. Test stand

Экспериментальная установка оснащена электродвигателем 9 мощностью 1 кВт с преобразователем частоты LGSY 004ic5. Производительность серийной мясорубки 8MM по мясу с применением решетки диаметром 82 мм и отверстиями 5 мм – 300 кг/час. Установка оснащена компьютером 5, на котором через измерительный блок 4 и 7 в процессе измельчения регистрируются показания датчиков давления 3.

Сырье *1* из бункера *10* подается толкателем *8* в корпус волчка и винтовой канал шнека *11*. На корпусе *11*, по ходу продукта, закреплены датчики давления *3* и температуры. Включение привода и его реверс осуществляется переключателем *6*.

В экспериментальной установке применены датчики давления Р401, которые используются для измерения относительного давления в корпусе шнека. Диапазон измеряемых давлений до 2,5 Мпа с возможным превышением 1,5 Мпа. Датчик работает в комплекте с измерительным блоком и персональным компьютером. Работа осуществляется при температуре окружающей среды от +10

до $+35^{\circ}$ C. Основная приведенная погрешность, не более 2%, диапазон температур исследуемого сырья от +1 до $+30^{\circ}$ C.

При проведении экспериментов используется как натуральное сырье, так и заменитель. Это может быть мясо различных сортов и видов, овощи, субпродукты и другие материалы. При проведении экспериментов, требующих значительного количества сырья, с целью снижения затрат, могут быть использованы заменители, но так как реологические свойства заменителя полностью не могут соответствовать реальному сырью, то для получения достоверных данных, необходима в конечном счете проверка на натуральном продукте. Продолжительность испытаний устанавливается для каждого эксперимента индивидуально.

Заключение

В результате теоретических исследований и проведенной серии натурных испытаний получены аналитические уравнения (30), (31) и графики зависимости давления мясного продукта от длины винтовой линии шнека. По материалам экспериментальных измерений, максимальное значение давления на выходе волчка составило $P_{max} = 1,92$ МПа.

На рисунке 2 приведены графики теоретической и экспериментальной кривых распределения давления в пищевом сырье по длине шнека.



Рисунок 2 – Теоретическая и экспериментальная зависимость давления от длины винтовой линии шнека Figure 2. Deign and experimental dependence of pressure on the length of screw helix

Статистическая обработка результатов экспериментов и сравнение с теоретическими данными показали, что с доверительной вероятностью 95% (квантиль стандартного нормального распределения 1,645 на уровне 0,05) отклонение опытных данных от расчетных составляет около 12,6%. Таким образом, разработанная математическая модель закона распределения давления пищевого сырья по длине шнекового канала измельчителя в зависимости от параметров волчка, учитывающая влияние ребер противоскольжения, представляется адекватной.

Литература

- 1. Горбань М.В., Светлов В.В., Груздев И.Э. Исследование шнековыхнагнетателей формующих машин // Интенсификация процессов и оборудования пищевых производств: сб. статей. Л.: Изд-во Ленинград. технол. ин-та холод. пром-сти, 1975.
- 2. *Берман Г.К., Ворожцов Л.А., Мачихин Ю.А.* Течение вязкопластических масс в шнеке // Известия ВУЗов. Пищевая технология. 1970. № 3. С. 160–161.
- 3. Арет В.А., Мачихин Ю.А. Формование конфетных масс выдавливанием. М.: МТИПП. 1969. 35 с.
- 4. Мачихин Ю.А., Берман Г.К., Клаповский Ю.В. Формование пищевых масс. М.: Колос, 1992. 271 с.
- 5. *Эспиро З*. Совершенствование рабочих органов машин для производства мясных полуфабрикатов: автореф. дис. ... канд. техн. наук. Киев, 1993. 22 с.

- 6. *Силин В.А.* Исследование и расчет основных параметров шнековых машин для переработки пластических масс (торфа, керамических масс и пластмасс): автореф. дис. ... д-ра техн. наук. Калинин–Киев, 1969. 48 с.
- 7. Пеленко В.В., Арет В.А., Кайка А.Х., Тарабановский Ф.Б., Ольшевский Р.Г., Бобров С.В., Зуев Н.А. Разработка математической модели процесса измельчения мясного сырья в волчках // Процессы и аппараты пищевых производств. 2013. № 3. С. 27.
- 8. *Пеленко В.В., Похольченко В.А., Усманов И.И., Сомов А.А., Смирнов А.А.* Математическое моделирование и расчет конструктивных параметров измельчителей с переменным шагом винтовой линии шнека // Вестник МГТУ. 2017. Т. 20. № 3. С. 556–562.
- 9. Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В. Теоретическая гидромеханика: учебник. Ч.1. М.: Физматлит, 1963. 583 с.
- 10. Сидоряк А.Н., Бесидский А.В., Юрков С.Г., Якушев О.И. Разработка математической модели волчка // Мясная индустрия, 2003. № 1. С. 37–40.
- 11. *Некоз О.І., Осипенко В. І., Філімонова Н.В., Батраченко О.В.* Гідравлічний опір різального вузла вовчків // Вісник Хмельницького національного університету, 2015. № 3. С. 13–18.
- 12. Pindera M.-J., Hidde J.S. Analysis of factors affecting mechanical characterization of unidirectional composites. ATMAM'87, Montreal, August, 26–28, 1987.
- 13. Schnackel W., Krickmeier J., Oktaviani, Schnackel D., Micklisch I. Untersuchungen zur optimierung des wolfprozesses. Teil 1. *Fleischwirtschaft*. 2011, no. 7, pp. 83–87.
- 14. Schnackel W., Krickmeier J., Pongjanyanukul W., Dmitrinka Schnackel, Micklisch I. Untersuchungen zur optimierung des wolfprozesses. Teil 1. Fleischwirtschaft. 2012, no. 1, pp. 88–92.
- 15. *Пеленко В.В., Зуев Н.А., Ольшевский Р.Г., Иваненко В.П., Крысин А.Г.* Оценка зависимости производительности измельчителей мяса от их конструкции и физико-механических свойств сырья // Вестник Международной академии холода. 2015. № 1. С. 9–15.

References

- 1. Gorban M.V., Svetlov V.V., Gruzdev I.E. Research of screw-blowers of forming machines. *Intensification of Processes and Equipment of Food Productions*. Leningrad. Leningrad Technological Institute of Refrigeration Industry Publ., 1975 (*In Russian*).
- 2. Berman G.K., Vorozhtsov L.A., Machukhin Yu.A. The current of viscous-plastic masses in the auger. *News of Higher Education Institutions. Food Technology.* 1970, no. 3, pp. 160–161 (*In Russian*).
- 3. Aret V.A., Machykhin Yu.A. *Forming of the candy masses by squeezing*. Moscow, Moscow Technological Institute of Food Industry Publ., 1969. 35 p. (*In Russian*).
- 4. Machukhin Yu. A., Berman G. K., Klapovsky Yu.V. Molding food masses. Moscow, Kolos, 1992. 271 p. (In Russian).
- 5. Espiro Zahi. Improvement of working bodies of machines for production of semi-finished meat. *Candidate's thesis*. Kiev, 1993 (*In Russian*).
- 6. Silin V.A. Study and calculation of the main parameters of screw machines for processing of plastic masses (peat, ceramic masses and plastics). *Extended abstract of candidate's thesis*. Kalinin–Kiev, 1969. 48 p. (*In Russian*).
- 7. Pelenko V.V., Aret V.A., Kaika A.H., Tarabanovskiy F.B., Olshevskiy R.G., Bobrov S.V., Zuev N.A. Development of the mathematical model of the process of grinding raw meat in the wolves. *Processes and Food Productions Equipment*. 2013, no. 3, p. 27 (*In Russian*).
- 8. Pelenko V.V., Pokholchenko V.A., Usmanov I.I., Somov V.V., Smirnov V.V. Mathematical modelling and calculation of structural parameters of shredders with variable pitch of screw line of auger. *Vestnik of MSTU*. 2017, V. 20, no. 3, pp. 556–562 (*In Russian*).
- 9. Kochin N.E., Kibel I.A., Rose N.V. *Theoretical fluid mechanics*. Part 1. Moscow. Physical and mathematical literature Publ., 1963. 583 p. (*In Russian*).
- 10. Sidoryak A.N., Besidskiy A.V., Yurkov S.G., Yakushev O.I. Development of a mathematical model of a top. *Meat Industry*. 2003, no. 1, pp. 37–40 (*In Russian*).
- 11. Nekoz O.I., Osipenko V.I., Filimonova N.V., Batrachenko O.V. Hydraulic resistance of the cutting knot of wolves. *Bulletin of the Khmelnitsky National University.* 2015, no. 3, pp. 13–18 (*In Ukrainian*).
- 12. Pindera M.-J., Hidde J.S. *Analysis of factors affecting mechanical characterization of unidirectional composites*. ATMAM'87, Montreal, August, 26–28, 1987.
- 13. Schnackel W., Krickmeier J., Oktaviani, Schnackel D., Micklisch I. Untersuchungen zur optimierung des wolfprozesses. Teil 1. *Fleischwirtschaft*. 2011, no. 7, pp. 83–87.
- 14. Schnackel W., Krickmeier J., Pongjanyanukul W., Dmitrinka Schnackel, Micklisch I. Untersuchungen zur optimierung des wolfprozesses. Teil 1. Fleischwirtschaft. 2012, no. 1, pp. 88–92.
- 15. Pelenko V.V., Zuev N.A., Olshevsky R.G., Ivanenko V.P., Krysin A.G. Evaluation of the dependence of the performance of meat shredders on their design and the physicomechanical properties of raw materials. *Journal of International Academy of Refrigeration*. 2015, no. 1, pp. 9–15 (*In Russian*).