

УДК 664.011

Усовершенствованный метод расчета мощности перемешивающего устройстваКанд. техн. наук **Ю.В. Синявский**, melter@mail.ru*Национальный исследовательский университет «МЭИ» филиал в г. Смоленске
214013, Россия, Смоленск, Энергетический пр., 1*

В статье предложено развитие применяемой в настоящее время в России методики расчета мощности перемешивающего устройства с учетом сил сопротивления со стороны корпуса на основе двухслойной модели пограничного слоя. Показано, что для повышения точности расчета могут быть использованы методы, аналогичные применяемым для расчета коэффициентов сопротивления при течении жидкости в криволинейных каналах. Показана возможность расчета коэффициента сопротивления перемешивающего устройства с использованием обширных баз экспериментальных данных, полученных при аэродинамических исследованиях различных профилей. Предложен метод сопоставления результатов расчетов различными методами, основанный на определении функции плотности вероятности значимых отклонений, и алгоритм поиска параметров модели, основанный на нем. Проиллюстрирована высокая точность расчетов по предложенной методике для различных типов лопастных мешалок. Показана высокая точность расчета формы свободной поверхности жидкости в аппарате с корпусом в виде шарового слоя. Предложен метод определения коэффициента сопротивления перемешивающего устройства с помощью определения профиля свободной поверхности жидкости с учетом центральной воронки.

Ключевые слова: гидродинамика; перемешивание; совершенствование метода расчета перемешивания; аппараты с мешалкой.

DOI: 10.17586/2310-1164-2018-11-4-3-14

An improved method for calculating the power of the mixing devicePh. D. **Yuriy V. Sinyavskiy**, melter@mail.ru*Smolensk branch of the MPEI National Research University
1, Energeticheskij ave., Smolensk, 214013, Russia*

The article proposes the development of the methods for calculating the power of the mixing device currently used in Russia taking into account the resistance forces on the part of the body on the basis of a two-layer model of the boundary layer. It is shown that to improve the accuracy of the calculation methods can be used similar methods to those which are used to calculate the resistance coefficients for the flow of liquid in curved channels. The possibility of calculating the coefficient of resistance for the mixing device using extensive databases of experimental data obtained during aerodynamic studies of different profiles is shown. The technique of comparing results of calculations by various methods based on the determination of the probability density function of significant deviations, and the based on the technique algorithm for finding the parameters of the model are proposed. High accuracy of calculations using the proposed method for different blade mixers is illustrated. High accuracy of calculating the shape of the liquid free surface in the apparatus with a body in the form of a ball layer is shown. The method for determining the resistance coefficient of the mixing device by determining the liquid free surface profile taking into account central funnel is proposed.

Ключевые слова: hydrodynamics; mixing; improvement of the mixing method calculation; devices with mixers.

Введение

Процессы перемешивания играют большую роль в пищевых технологиях, особенно в технологиях, связанных с изготовлением продуктов питания с функциональными свойствами, для которых особенно важно требование равномерного распределения активных компонентов по всему объему продукта [1].

В настоящее время для анализа параметров процесса перемешивания широко применяются методы вычислительной гидродинамики, однако, с математической и вычислительной точки зрения данная задача является весьма сложной, что требует использование специальных вычислительных приемов, наиболее эффективным из которых является frozen rotor [2]. Данный подход реализован только в дорогостоящих коммерческих CFD (computational fluid dynamics – вычислительная

гидродинамика) комплексах как ANSYS и COMSOL Multiphysics, однако разработка моделей даже с использованием встроенных средств данных программных пакетов является достаточно трудоемкой, а вычисления требуют значительных вычислительных ресурсов и затрат времени. При этом изменение любого параметра модели, как правило, приводит к необходимости повторения всей процедуры моделирования.

В результате данный подход не обеспечивает возможности оптимизации параметров процесса с уже существующим оборудованием, а также затрудняет подбор параметров вновь устанавливаемого оборудования, так как решение обеих этих задач требует многократного моделирования.

Таким образом, востребованными остаются относительно простые модели, которые обеспечивают приемлемую точность вычислений при относительно небольших вычислительных ресурсах и базовой квалификации инженера в области информационных технологий.

Примером такого программного комплекса является VisiMix [3], обеспечивающий достаточно простое моделирование базовых технологических процессов. Однако указанный программный продукт является достаточно дорогостоящим. Кроме того, он не допускает анализ процесса при использовании нетрадиционных форм корпуса и перемешивающего устройства.

Таким образом, актуальной является задача разработки математической модели и ее программной реализации со следующими свойствами:

1. модель должна быть относительно простой, то есть иметь минимальный набор параметров, причем к ним должны относиться только такие основные технические параметры устройства, как размер, форма, частота вращения и т. п.;
2. модель должна обеспечивать получение адекватных результатов без использования распределенных вычислительных ресурсов и применения специальных навыков в области компьютерной математики;
3. модель должна обеспечивать возможность добавления новых типов перемешивающих устройств без внесения кардинальных изменений в алгоритм работы.

Современные подходы к моделированию процесса перемешивания

Одной из важнейших задач в моделировании процесса перемешивания является определение мощности, затрачиваемой на процесс. Важность данной проблемы объясняется тем фактом, что большинство таких параметров процесса, как степень однородности, коэффициенты диффузии и теплопроводности при турбулентном режиме неразрывно связаны с удельной интенсивностью диссипации энергии ε , которая для случая перемешивания может быть оценена по формуле

$$\varepsilon = \frac{4n^3 d^5}{D^2 H} Eu,$$

где Eu – модифицированное число Эйлера (в западной литературе обозначаемое как Ro – критерий мощности);

n – частота вращения перемешивающего устройства;

d, D, H – соответственно диаметр мешалки, сосуда и высота жидкости в сосуде, показанные на рисунке 1.

Таким образом, базовая задача, лежащая в основе моделирования процессов, происходящих при перемешивании, состоит в вычислении значения Eu при различных параметрах перемешивающей системы.

В 80-е годы в СССР Л.Н. Брагинским, Бигбашевым и др. была создана методика расчета перемешивающих устройств, первоначально изложенная в [4], и нашедшая отражение в таких нормативных документах, как РД 26-01-90-85. Данный метод расчета, который в дальнейшем будем называть РД-методика, выгодно отличался значительной общностью, теоретической обоснованностью в сочетании с простотой.

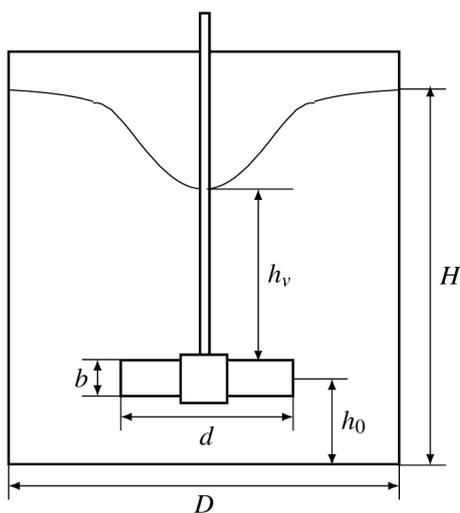


Рисунок 1 — Основные геометрические параметры перемешивающей системы с цилиндрическим корпусом без тормозных устройств

Fig. 1 — The main geometric parameters of the mixing system with cylindrical body without brake assembly

Однако данная методика расчета имеет два существенных недостатка, затрудняющих ее использование на современном этапе развития перемешивающих систем.

1. Лежащий в основе расчета коэффициент сопротивления мешалки определен авторами методики для крайне небольшого количества типов. Например, в АТК 24.201.17-90, ссылающемся на указанную методику расчета, содержится перечисление только пяти типов быстроходных перемешивающих устройств. При этом в список не входят такие широко распространенные типы мешалок, как Pfaudler, ЕКАТО Intermig и ряд других. Сама методика не содержит механизма определения коэффициента сопротивления подобных устройств иначе, чем с использованием эксперимента по определению момента сил сопротивления, реализация которого представляет определенные сложности из-за малых значений определяемой величины и необходимости достаточно габаритной экспериментальной установки.

2. Методика дает существенные ошибки при вычислении мощности перемешивания в некоторых случаях. На рисунке 2а показано сравнение результатов вычисления $Eu(Re_m)$ по РД-методике для двухлопастной мешалки 2РВТ; на рисунке 2б – для четырехлопастной мешалки 4РВТ с вертикальным расположением лопастей при различных значениях геометрических симплексов подобия

$$\Gamma_D = \frac{D}{d}, \quad \Gamma_b = \frac{b}{d}$$

в сравнении с наиболее новыми данными, представленными в [5].

Однако потенциал РД-методики не до конца исчерпан. Так, ее основные идеи реализованы в упомянутом выше программном продукте VisiMix, создателями которого были ученые из группы Л.Н. Брагинского.

Таким образом, актуальной представляется не разработка принципиально новой модели, а доработка РД-методики с целью исправления указанных недостатков и расширения области ее применения.

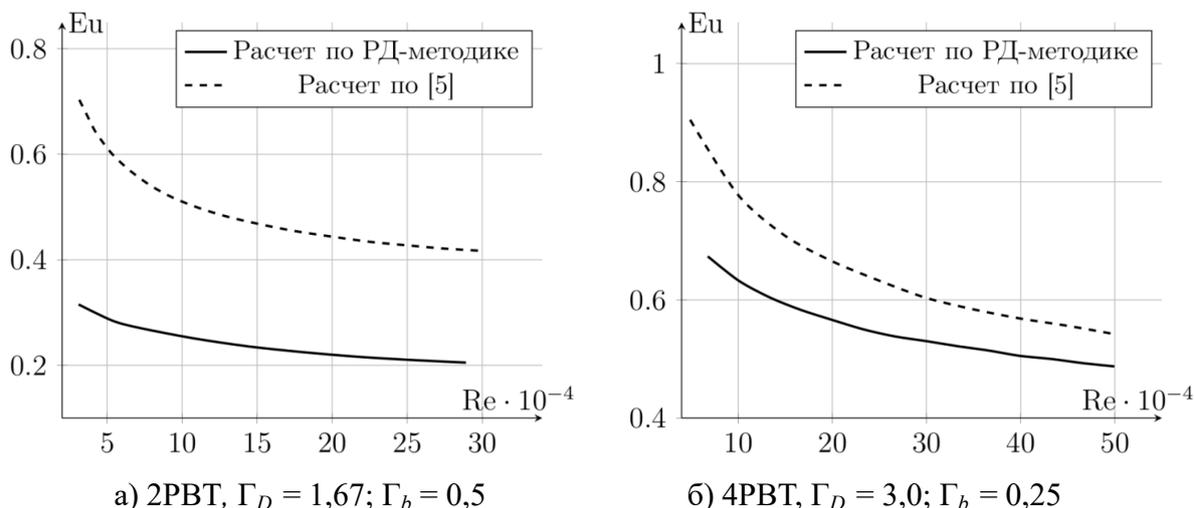


Рисунок 2 — сравнение результатов расчета с использованием РД-методики в сравнении с данными, приведенными в [5]

Fig. 2 — The calculation results with the use of RD-method compared with the data given in [5]

Математическая модель перемешивания на основе двухслойной модели пограничного слоя

В основе РД-методики лежит положение о равенстве момента сил трения жидкости об ограждающие поверхности и момента сил, действующих на нее со стороны перемешивающего устройства. При этом момент со стороны перемешивающего устройства определяется как

$$T_n = \frac{z_m \zeta_m \rho \omega^2 r_0^5}{2} (0,1\psi_1^2 + 0,222\psi_1\psi_2 + 0,125\psi_2^2), \quad (1)$$

где ψ_1 и ψ_2 — основные параметры, определяемые расчетным путем;

z_m — число перемешивающих устройств на одном валу;

ω — угловая скорость вращения перемешивающего устройства;

ρ — плотность жидкости;

ζ_m — коэффициент сопротивления перемешивающего устройства.

Анализ теоретических положений, лежащих в основе РД-методики показывает, что наиболее спорным является способ расчета величины момента сил трения со стороны стенки сосуда, базирующийся на ранних представлениях о механизмах турбулентного течения [4]. При этом в основе моделей, используемых в VisiMix, данный принцип не используется [6], что позволило существенно расширить возможности моделирования.

В представляемой модели для расчета величины момента сопротивления используется общепринятая двухслойная модель пограничного слоя, согласно которой непосредственно к стенке аппарата примыкает вязкий подслой толщиной δ , на внешней поверхности которого скорость равна v_p . За пределами вязкого подслоя располагается область, распределение скорости в которой подчиняется логарифмическому закону

$$v(y) = v_p + \frac{u_0}{k} \ln\left(\frac{y}{\delta}\right), \quad (2)$$

где k — универсальная постоянная Прандтля, а координата отсчитывается от стенки.

Величина u_0 позволяет определить момент сил трения со стороны боковых ограждающих поверхностей по формуле

$$T_{тр} = \frac{\pi}{2} \rho D^2 H u_0^2. \quad (3)$$

В ядре потока распределение скорости соответствует представлениям, изложенным в [4], и описывается системой уравнений

$$v(R) = \begin{cases} \omega r_0 \left(\psi_1 \left(\frac{r}{r_0} \right)^3 + \psi_2 \left(\frac{r}{r_0} \right) + 1 \right), & r < r_0 \\ \frac{\psi_1 + \psi_2 + 1}{r} \omega r_0^2, & r > r_0 \end{cases}, \quad (4)$$

где ψ_1 и ψ_2 – параметры модели, определяемые путем решения уравнения

$$T_{тр} = T_{п}. \quad (5)$$

Распределение тангенциальной скорости жидкости по радиусу аппарата представлено на рисунке 3.

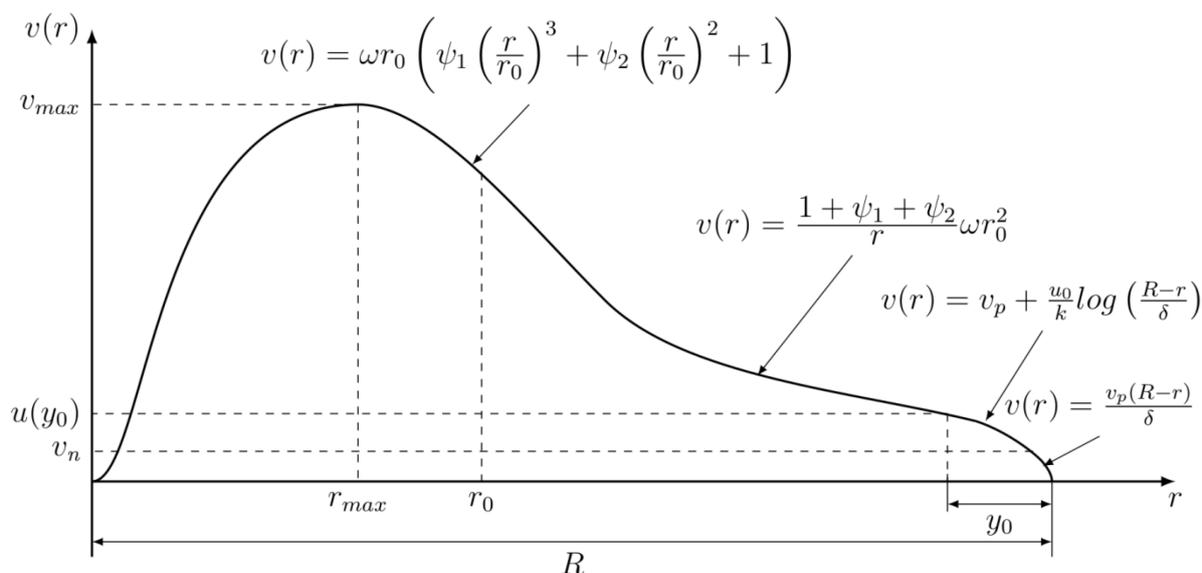


Рисунок 3 – распределение тангенциальной составляющей скорости жидкости в аппарате в зависимости от радиуса

Fig. 3 – The distribution of liquid velocity tangential component in the unit depending on radius

Толщина вязкого подслоя определяется выражением

$$\delta = \frac{k_\delta v}{u_0}, \quad (6)$$

где v – вязкость жидкости,

а скорость на стыке пограничного слоя и ядра потока – выражением

$$v_p = 1,5 (k_\epsilon \epsilon \delta)^{1/3}. \quad (7)$$

Объединение уравнений (2)–(4) и (6)–(7) через равенство (5) приводит к громоздкому выражению, связывающему момент сил трения $T_{тр}$ с ψ_1 и ψ_2 . Детальное математическое описание модели приведено в [6].

В формулах (6) и (7) k_δ и k_ϵ – некоторые эмпирические коэффициенты, значения которых могут быть получены путем численного эксперимента, описание которого приведено ниже.

Метод численной оценки параметров модели

Особенностью как РД-методики, так и описываемой модели является их ориентация на инженерные расчеты, что предполагает определенную степень приближенности. Таким образом, простое сравнение результатов расчета по двум методам является не совсем корректным, так как в реальных условиях оно может оказаться малозначительным с точки зрения целей реализуемого процесса. В этой связи оценка степени совпадения результатов расчетов с использованием двух разных методов требует отдельного рассмотрения.

Пусть имеются два метода, позволяющие вычислить значения $Eu(Re)$. Так как в общем случае методы могут быть неявными, то аналитическое сравнение результатов их применения невозможно. Примем, что для решения технологической или исследовательской задачи сформирован набор параметров $\{Re_i\}$, подстановка которого в метод $Eu_1(Re)$ формирует набор результатов $\{Eu_{1,i}\}$, а подстановка в $Eu_2(Re)$ – набор результатов $\{Eu_{2,i}\}$. При этом важно отметить, что существует бесконечное множество равновероятных наборов $\{Re_i\}$. Например, при исследовании процесса перемешивания в относительно небольшой экспериментальной установке будут использоваться относительно малые значения Re , что обусловлено малым диаметром перемешивающего устройства и быстрым развитием центральной воронки при увеличении частоты вращения. С другой стороны, в технологических процессах более вероятным является использование наборов с большими значениями Re_m .

Примем, что выбор одного из методов в точке, соответствующей некоторому значению Re_i предпочтительнее, если выполняется условие

$$\Omega_i = \frac{|Eu_2(Re_i) - Eu_1(Re_i)|}{\max(Eu_2(Re_i), Eu_1(Re_i))} > \Omega_0, \quad (8)$$

где Ω_0 – некоторая величина.

Очевидно, что результаты применения методов $Eu_1(Re)$ и $Eu_2(Re)$ тем лучше соответствуют друг другу, чем меньше точек, для которых выполняется условие (8). Учитывая, что прямое определение величины Ω для всех возможных значений Re_m затруднительно, введем в качестве меры совпадения результатов применения двух методов величину W_α , представляющую собой вероятность того, что $\Omega(Re_j) > \Omega_0$.

Для вычисления величины Ω_α необходимо решение задачи восстановления функции плотности вероятности по выборке $\{\Omega\}$, которая может быть решена с использованием метода весов, описанного, например в [7].

Таким образом, задача обеспечения максимальной степени совпадения двух методов состоит в обеспечении минимума значения W_α .

С учетом сделанного выше рассуждения, задача поиска «наилучших» значений коэффициентов k_δ и k_ϵ может быть решена с использованием следующего алгоритма.

1. Из области определения $10^4 < Re_m < 10^6$ выбираются N значений, подчиняющихся равномерному закону распределения, которые образуют набор $\{Re_j\}$.
2. Для каждого $\{Re_j\}$ вычисляется значение $Eu_1(Re_j)$ с использованием данных Нагато [5] и предлагаемого алгоритма $Eu_2(Re_j)$ при некоторой паре параметров k_δ и k_ϵ .
3. Вычисляется набор $\{\Omega_j\}$ по формуле (8).
4. Методом весов вычисляется значение W_α , при этом использовалось условие, что надежность $\alpha = 0,975$; $\Omega_0 = 0,05$.

Очевидно, что различными значениями k_δ и k_ϵ соответствуют разные значения Ω_α , то есть имеет место неявная функция $\Omega_\alpha(k_\delta \text{ и } k_\epsilon)$. Данная функция минимизировалась с использованием алгоритма Нелдера–Мида [8], а минимизирующие параметры k_δ и k_ϵ считались «наилучшими».

Уточнение значения параметров модели

Применение описанного выше подхода показывает, что значение коэффициента $k_\epsilon = 0,095$ является оптимальным, в то время как наилучшее значение коэффициента k_δ существенным образом зависит от геометрических симплексов моделируемой системы.

В первом приближении можно принять, что движение жидкости в корпусе перемешивающего устройства аналогично движению жидкости по некоторому условному каналу с поперечным сечением сложной формы, в котором силы инерции изменяют размеры пограничного слоя.

Для оценки влияния геометрических факторов на характер взаимодействия потока с твердой стенкой криволинейной формы можно использовать данные, приведенные в [9]. В данном источнике показано, что для k - ϵ модели поправка на криволинейность потока определяется коэффициентом вида

$$f_{k-\varepsilon} = \frac{v}{R_c} \left(\frac{\partial v}{\partial R_c} \right)^{-1}, \quad (9)$$

где v – местная скорость потока;

R_c – локальный радиус кривизны канала.

Применительно к потоку жидкости в корпусе перемешивающей системы можно дать следующие оценки входящих в уравнение (9) величин

$$\begin{aligned} v &\sim v_{max}, \\ R_c &\sim D_r, \\ \frac{\partial v}{\partial R_c} &\sim \frac{v_{max}}{D_{max} - D_r} \end{aligned}$$

где D_{max} – диаметр окружности в аппарате, соответствующей максимальной скорости жидкости; D_r – гидравлический диаметр канала, определяемый как

$$D_r = \frac{4F}{P}, \quad (10)$$

где F – площадь фигуры, ограниченной сверху кривой, описывающей профиль центральной воронки, а с боков – поверхностями аппарата;

P – периметр этой же фигуры.

Профиль центральной воронки может быть получен в явном виде с использованием уравнения

$$h(r) = \frac{1}{g_0} \int_0^R \frac{v(r)^2}{r} dr, \quad (11)$$

где $v(r)$ определяется по формуле (3).

Аналитическое описание поверхности воронки имеет громоздкий вид и представлено в [4].

После преобразований получаем, что поправка на криволинейный характер течения должна иметь вид

$$f_{k-\varepsilon} = \frac{2r_{max} - D_r}{D_r}.$$

Следует отметить, что аналогичный вид имеет поправка для величины гидравлических потерь в криволинейном канале, приведенная в [10].

По аналогии со способом расчета поправки для гидравлического сопротивления в криволинейном канале [10], примем, что поправка k_δ имеет вид

$$k_\delta = c_1 \left(\frac{2r_{max} - D_r}{D_r} \right)^{c_2}. \quad (12)$$

Коэффициенты c_1 и c_2 могут быть определены в вычислительном эксперименте, методика которого описана выше. Математическое моделирование дает для данных коэффициентов значения $c_1 = 65,8$; $c_2 = 1,45$.

Метод оценки коэффициента сопротивления перемешивающего устройства

В формулу (1) в качестве одного из параметров входит коэффициент сопротивления перемешивающего устройства ζ_m , определяемый как

$$\zeta_m = \zeta_l z_l \frac{b}{r_0} \varphi_\alpha, \quad (13)$$

где ζ_l – коэффициент сопротивления лопасти;

z_l – число лопастей в одной плоскости вращения;

φ_α – поправка на расположение лопасти под углом α к плоскости вращения.

Величина $\zeta_{\text{л}}$ авторами методики определялась экспериментально, и набор известных значений данного коэффициента по сути дела определяет круг тех перемешивающих устройств, которые с помощью РД-методики могут быть рассчитаны. Поправка на угол наклона так же определялась авторами методики экспериментально.

Для оценки коэффициентов сопротивления перемешивающих устройств можно обратиться к результатам аэродинамических исследований, проведенных для различных профилей. Однако характер процессов, соответствующий экспериментам в аэродинамике существенно отличается от случая обтекания лопасти жидкостью в перемешивающей системе.

Значение коэффициента лобового сопротивления в задачах аэродинамики производится в условиях равномерного распределения вдоль фронтальной поверхности профиля скорости набегающего потока. В тоже время лопасть мешалки находится в потоке со сложным распределением радиальной скорости (рисунок 3).

Момент силы, действующей со стороны набегающего потока на лопасть, относительно оси, проходящей через один из ее концов, будет различным в двух случаях: при постоянном распределении скорости вдоль фронта лопасти, и при поле скорости, характерном для жидкости в аппарате с мешалкой.

В первом случае

$$T_{\text{равн}} = \zeta_{\text{т}} \frac{\rho b}{2} \int_0^{r_0} V_{\text{расч}}^2 r dr,$$

где $\zeta_{\text{т}}$ – табличное значение коэффициента лобового сопротивления;

$V_{\text{расч}}$ – расчетное значение скорости набегающего потока, постоянной вдоль фронта мешалки.

Во втором случае

$$M_{\text{пер}} = \zeta_{\text{л}} \frac{\rho b}{2} \int_0^{r_0} V(r)^2 r dr.$$

Используя выражение для профиля тангенциальной скорости в аппарате с мешалкой, получим выражение для скорости набегающего потока в виде

$$V(r) = \left(\psi_1 \left(\frac{r}{r_0} \right)^3 + \psi_2 \left(\frac{r}{r_0} \right)^2 \right) \omega_0 r.$$

Связь между $\zeta_{\text{т}}$ и $\zeta_{\text{л}}$ может быть определена из равенства

$$\zeta_{\text{т}} \int_0^{r_0} V_{\text{расч}}^2 r dr = \zeta_{\text{л}} \int_0^{r_0} V(r)^2 r dr. \tag{14}$$

Разумно считать, что расчетное значение скорости связано со средним по длине лопасти значением скорости набегающего потока, которое может быть получено интегрированием выражения (4). В результате расчетная скорость может быть выражена как

$$V_{\text{расч}} = \omega_0 r_0 \left(k \left(\frac{1}{5} \psi_1 + \frac{1}{4} \psi_2 \right)^p \right), \tag{15}$$

где k, p – некоторые константы.

Подставляя (15) в (14), получим выражение, связывающее $\zeta_{\text{т}}$ и $\zeta_{\text{л}}$ в виде

$$\zeta_{\text{л}} = \frac{184320 k^2}{180 \psi_2^2 + 80 \psi_1 \psi_2 + 9 \psi_1^2} \left(\frac{\psi_2}{64} + \frac{\psi_1}{320} \right)^{2p} \zeta_{\text{т}}. \tag{16}$$

Для решения вопроса о значениях коэффициентов k и p был проведен численный эксперимент по методике, аналогичной описанной выше. В качестве перемешивающего устройства рассматривалась пластина малой толщины. В качестве расчетной области использовался диапазон $\Gamma_b = 0,2...0,9$; $\Gamma_D = 1,7...3,5$. Табличное значение коэффициента $\zeta_{\text{т}}$ в зависимости от параметров пластины определялось по формуле [11]

$$\zeta_r = 1,10 + 0,02 \left(\frac{b}{d} + \frac{d}{b} \right),$$

где d – толщина лопасти.

Расчет дает $k = 2,46$; $p = 0,975$. Примем, что величина коэффициентов k и p является постоянной для широкого класса перемешивающих устройств, содержащих только радиальные элементы, и не зависит от таких геометрических параметров, как относительная толщина лопасти b/d и угол ее наклона к плоскости вращения.

Для расчетов перемешивающих устройств, плоские лопасти которых установлены под углом α к плоскости вращения, необходимо определить функцию $\zeta_m(b, d, \alpha)$. В литературе отсутствует общая аппроксимационная формула, учитывающая относительное удлинение профиля и угол атаки, поэтому целесообразно обобщить имеющиеся экспериментальные данные для различных случаев с использованием нейронной сети. В качестве топологии нейронной сети выбран многослойный персептрон с тремя входами, тремя скрытыми слоями, включающими 15 нейронов и одним выходом. Обучение нейронной сети осуществлялось на выборке, содержащей 130 элементов, параметры которых взяты из [10, 11]. Данная функция, выражающая $\zeta_m(b, d, \alpha)$ в неявном виде использовалась в программе, реализующей предложенную модель.

Общий алгоритм расчета

С учетом приведенного выше математического описания, алгоритм расчета модифицированного числа Эйлера Eu при известных геометрических параметрах сосуда и перемешивающего устройства реализуется следующим алгоритмом.

1. Задается нулевое приближение коэффициентов ψ_1 и ψ_2 .
2. По формуле (16) с использованием результатов расчета коэффициента сопротивления пластины, размер и угол наклона которой соответствует параметрам лопасти перемешивающего устройства, определяется коэффициент сопротивления ζ_n , далее по формуле (13) – коэффициент сопротивления перемешивающего устройства и по формуле (1) – момент сил со стороны перемешивающего устройства.
3. С использованием коэффициентов ψ_1 и ψ_2 производится определение нулевого приближения поля скорости по формуле (3) с определением значения v_{max} и r_{max} , а также определение профиля центральной воронки с использованием уравнения (11).
4. Производится расчет гидравлического диаметра условного канала D_r по формуле (10) и вычисление коэффициента k_8 по формуле (12).
5. Путем решения нелинейного уравнения

$$T_n = T_{mp}(\psi_1, \psi_2)$$

производится вычисление первого приближения коэффициентов ψ_1 и ψ_2 , после чего итерационная процедура повторяется.

6. Расчет заканчивается, когда изменение величин ψ_1 и ψ_2 на очередном шаге становится меньше заданного.

Результаты

В основу предложенного метода расчета положены наиболее общие соображения о характере взаимодействия жидкости со стенками сосуда и перемешивающим устройством, поэтому она справедлива для любых типов быстроходных перемешивающих устройств, для лопастей которых известен коэффициент сопротивления в безграничном потоке.

На рисунке 4 представлены данные расчетов с использованием предложенной модели в сравнении с данными [5] и результатами расчета по РД-методике для четырехлопастной мешалки с лопастями, установленными перпендикулярно плоскости вращения при различных значениях геометрических инвариантов.

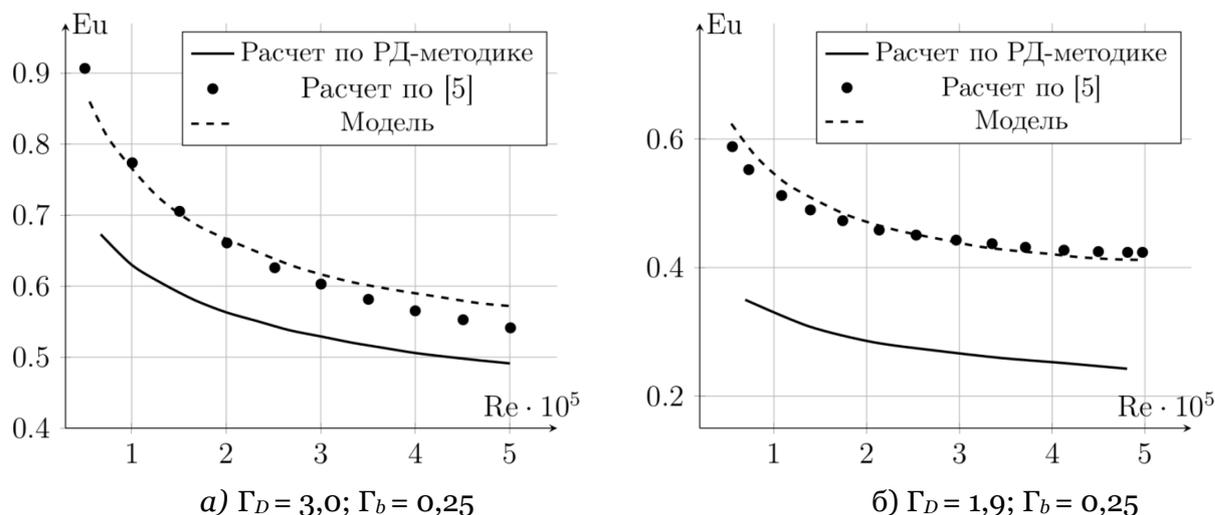


Рисунок 4 – сравнение результатов расчета $Eu(Re)$ различными методами для четырехлопастной мешалки
 Fig. 4 – The comparison of the calculation results for $Eu(Re)$ by different methods for four-blade mixer

Наряду с этим было проведено сравнение результатов расчетов различными методами для перемешивающих устройств, лопасти которых расположены под углом к плоскости вращения. Одним из наиболее известных исследований, посвященных влиянию угла атаки на мощность перемешивания, является работа Муслаева, Гзовского и Карасева, результаты которой обобщены в [14], и в которой приведена следующая экспериментально полученная формула для жидкостей со свойствами, близкими к свойствам воды

$$\lg \left(\frac{N(\alpha)}{N_0} \right) = \left(0,8 - 0,55 \frac{d}{D} \right) (\sin(\alpha) - 1), \tag{17}$$

где $N(\alpha)$ – мощность перемешивания при угле α ;

N_0 – мощность перемешивания при угле $\alpha = 90^\circ$.

Для сравнения результатов расчетов с использованием разных методик, производилось определение отношения $N(\alpha)/N_0$ при различных значениях угла α .

На рисунке 5 показаны результаты расчетов с использованием предложенной модели для двухлопастной мешалки, а также данных [5] и расчета по формуле (17).

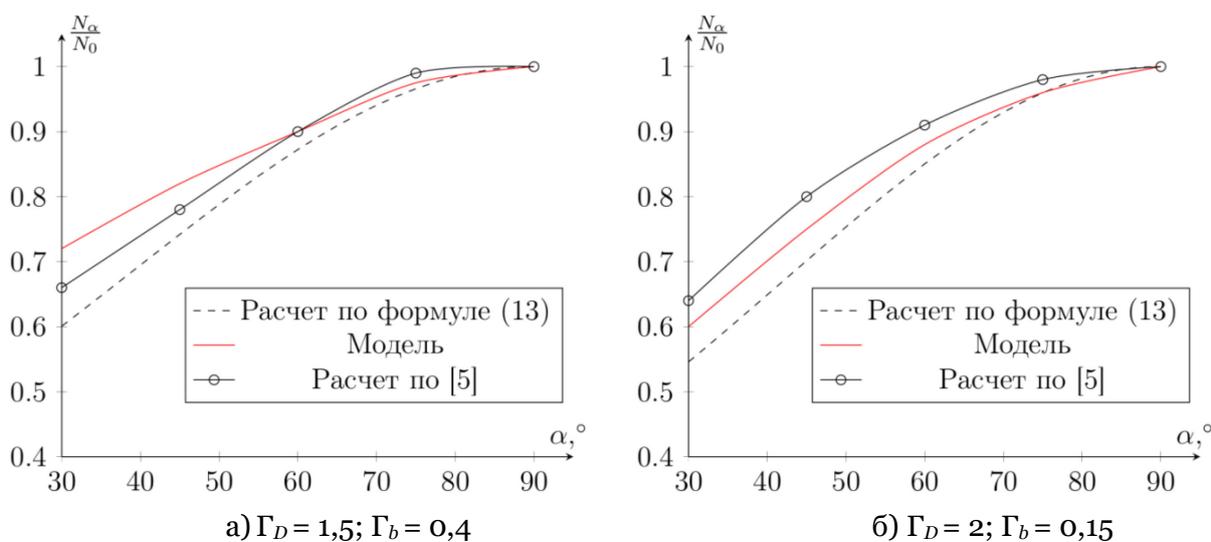


Рисунок 5 – Сравнение результатов расчета различными методами влияния угла наклона лопасти на мощность перемешивания

Fig. 5 – Comparison of the calculation results by different methods for the influence of blade angle on the mixing capacity

Как видно из представленных данных, предложенная модель адекватно описывает влияние угла наклона лопасти на мощность перемешивания.

В качестве косвенного метода оценки эффективности предложенной методики может быть использовано сравнение экспериментальных и численных результатов определения основных геометрических размеров центральной воронки, формирующейся в перемешивающей системе без тормозных устройств.

Как следует из (7), профиль центральной воронки описывается выражением, содержащим ψ_1 и ψ_2 , таким образом, при адекватной оценке данных коэффициентов с помощью предложенной методики профиль воронки должен совпадать с наблюдающимся в эксперименте.

Предложенный выше метод введения поправки k_δ дает возможность определять основные параметры процесса перемешивания в сосуде, форма которого отличается от цилиндрической. Эксперимент проводился в сосуде в форме шарового слоя с использованием двухлопастной мешалки. В этом случае производился переход к условному цилиндрическому сосуду с диаметром, равным диаметру сферы, а гидравлический диаметр рассчитывался исходя из формы сечения фактического сосуда вертикальной плоскостью.

Определение координат точек поверхности воронки осуществлялось с использованием зонда по методике, изложенной в [15].

На рисунке 6 показан расчетный профиль воронки и точки, соответствующие измерениям.

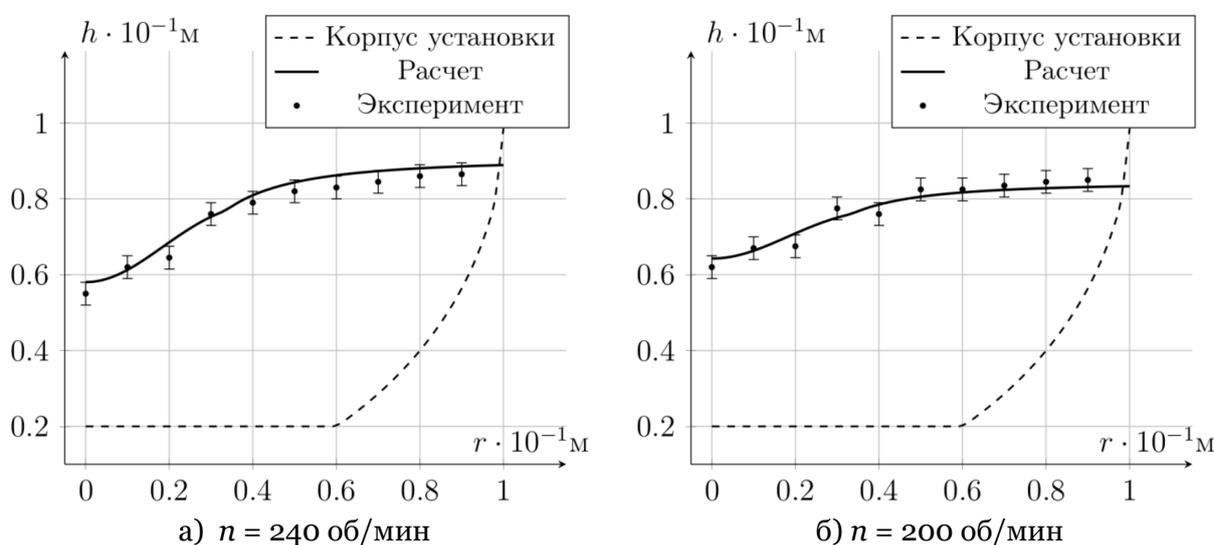


Рисунок 6 — Сравнение результатов расчета профиля воронки с результатами эксперимента при двух разных значениях частот вращения перемешивающего устройства

Fig. 6 – The comparison of calculation results for the funnel profile with the experimental results at two values of mixing unit speed

Как видно из представленных данных, описанный в статье метод дает адекватное описание поверхности воронки даже в условиях сложной геометрии корпуса перемешивающей системы.

Заключение

Представленная в работе математическая модель расчета мощности перемешивания на основе двухслойной модели пограничного слоя и оценкой коэффициента сопротивления по данным исследований для профилей в потоке с постоянным распределением скорости показывает хорошее совпадение как с экспериментом, так и с данными, приведенными в работах других авторов.

При этом важным является высокая точность расчета профиля центральной воронки. Связь между профилем воронки и коэффициентами ψ_1 и ψ_2 позволяет предложить метод определения коэффициента сопротивления ζ_n произвольного перемешивающего устройства путем решения обратной задачи, математическое описание которой представлено выше.

В этом случае тем или иным способом осуществляется определение координат отдельных точек поверхности воронки, после чего решается минимизационная задача, связанная с определением величины ζ_n , обеспечивающей наилучшее совпадение теоретического профиля воронки с наблюдаемым в эксперименте.

Такой подход обеспечивает относительно простое проведение эксперимента, так как он может быть осуществлен в относительно небольшой установке, измерение момента сил сопротивления в которой при традиционном подходе было бы затруднительно в силу его малой величины.

Литература

1. Cullen P.J. *Food Mixing: Principles and Applications*. Wiley-Blackwell, 2009, 304 p.
2. Paul Edward L. *Handbook of industrial mixing: science and practice*. Blackwell Publishing Ltd, 2004, 1432 p.
3. Nekhamkin Y., Braginsky L., Kokotov Y. Inherently safer design of stirred reactors and VisiMix® modeling software. *Topical Conference at the 2014 AIChE Spring Meeting and 10th Global Congress on Process Safety*. Conference Paper 2014, pp. 145–157.
4. Брагинский Л.Н., Бегачев В.И., Барабаш В.М. Перемешивание в жидких средах. Л.: Химия, 1984. 336 с.
5. Furukawa H., Kato Yo., Inoue Yo., Kato T., Tada Yu., Hashimoto S. Correlation of Power Consumption for Several Kinds of Mixing Impellers. *International Journal of Chemical Engineering*. 2012, pp. 1–6.
6. *Review of Some Mathematical Models Used in VisiMix*. Jerusalem, VisiMix Ltd., 2015, 36 p. URL: <http://visimix.com/wp-content/uploads/2015/11/Review-of-the-Main-Mathematical-Models.pdf> (accessed 02.11. 2018).
7. Снявский Ю.В. Математическая модель перемешивания на основе двухслойной модели турбулентного пограничного слоя // Процессы и аппараты пищевых производств. 2012. № 1.
8. Кобзарь А.И. Прикладная математическая статистика. М.: Физматлит, 2006. 816 с.
9. Банди Б. Методы оптимизации. М.: Радио и связь. 1988. 128 с.
10. Турбулентные сдвиговые течения / под ред. Л. Дж. Брэдшоу, Ф. Дурста, Е. Лаундера и др. М.: Машиностроение, 1983. 422 с.
11. Идельчик И.Е. Справочник по гидравлическим сопротивлениям. М.: Машиностроение, 1992. 672 с.
12. Holmes John D. *Wind loading of structures*. NY, Spoon Press, 2003, 366 p.
13. Горлин С.М. Экспериментальная аэромеханика. М.: Высшая школа, 1970. 423 с.
14. Стренк Ф. Перемешивание и аппараты с мешалками. Л.: Химия. 1975. 384 с.
15. Siniavskii Yu.V., Dli M.I., Fedylov A.S., Borisov V.V. Vacuum evaporator with the electrochemical generator on oxyhydrogen cell. *International Journal of Hydrogen Energy*. 2017, V. 42, no. 21, pp. 14649–14655.

References

1. Cullen P.J. *Food Mixing: Principles and Applications*. Wiley-Blackwell, 2009, 304 p.
2. Paul Edward L. *Handbook of industrial mixing: science and practice*. Blackwell Publishing Ltd, 2004, 1432 p.
3. Nekhamkin Y., Braginsky L., Kokotov Y. Inherently safer design of stirred reactors and VisiMix® modeling software. *Topical Conference at the 2014 AIChE Spring Meeting and 10th Global Congress on Process Safety*. Conference Paper 2014, pp. 145–157.
4. Braginskii L.N., Begachev V.I., Barabash V.M. *Peremeshivanie v zhidkikh sredakh* [Mixing in liquid media]. Leningrad, Khimiya Publ., 1984, 336 p.
5. Furukawa H., Kato Yo., Inoue Yo., Kato T., Tada Yu., Hashimoto S. Correlation of Power Consumption for Several Kinds of Mixing Impellers. *International Journal of Chemical Engineering*. 2012, pp. 1–6.
6. *Review of Some Mathematical Models Used in VisiMix*. Jerusalem, VisiMix Ltd., 2015, 36 p. URL: <http://visimix.com/wp-content/uploads/2015/11/Review-of-the-Main-Mathematical-Models.pdf> (accessed 02.11. 2018).
7. Sinyavskii Yu.V. *Matematicheskaya model' peremeshivaniya na osnove dvukhsloinoi modeli turbulentnogo pogranichnogo sloya* [Mathematical model of mixing, based on two-layer turbulence model]. *Processes and Food Production Equipment*. 2012, no. 1.
8. Kobzar' A.I. *Prikladnaya matematicheskaya statistika* [Applied mathematical statistics]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2006. 816 p.
9. Bandi B. *Metody optimizatsii* [Optimization method]. Moscow, Radio i svyaz' Publ., 1988, 128 p.
10. *Turbulentnye sdvigovye techeniya* [Turbulent shear flows]. In eds. L. Dzh. Bredshou, F. Dursta, E. Laundera. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1983. 422 p.
11. Idel'chik I.E. *Spravochnik po gidravlicheskim soprotivleniyam* [Handbook of hydraulic resistances]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1992, 672 p.
12. Holmes John D. *Wind loading of structures*. NY, Spoon Press, 2003, 366 p.
13. Gorlin S.M. *Eksperimental'naya aeromekhanika* [Experimental Aeromechanics]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1970, 423 p.
14. Strenk F. *Peremeshivanie i apparaty s meshalkami* [Mixing and apparatus with mixers]. Leningrad, Khimiya Publ., 1975, 384 p.
15. Siniavskii Yu.V., Dli M.I., Fedylov A.S., Borisov V.V. Vacuum evaporator with the electrochemical generator on oxyhydrogen cell. *International Journal of Hydrogen Energy*. 2017, V. 42, no. 21, pp. 14649–14655.

Статья поступила в редакцию 10.11.2018