

УДК 664.9.022

Математическое моделирование сил нормального контактного давления на боковые грани ножа при резании пищевых материалов

Канд. техн. наук **О.В. Агеев**, oleg.ageev@klgtu.ru,
 д-р техн. наук **В.А. Наумов**, vladimir.naumov@klgtu.ru,
 д-р техн. наук **Ю.А. Фатыхов**, elina@klgtu.ru
*Калининградский государственный технический университет
 236022, Россия, Калининград, Советский пр., д.1*

Рассмотрена система сил полезных и вредных сопротивлений, действующих на нож со стороны объекта обработки, с целью обеспечения ресурсосбережения при резании пищевых материалов. Реологические свойства сырья описаны трехэлементной моделью линейно вязкоупругого материала. На основе дифференциального уравнения состояния материала разработана математическая модель для определения нормального контактного давления на боковую грань ножа. Предложены математические модели для расчета силы нормального контактного давления, а также для соответствующей безразмерной силы. Установлено, что сила нормального контактного давления на боковую грань ножа строго монотонно возрастает по мере погружения ножа в материал, а также при увеличении угла заточки и толщины лезвия. Указанная сила существенно зависит от скорости при малых значениях скорости ножа, при больших значениях практически достигает предела. Обнаружено, что сила контактного давления на боковую грань ножа непосредственно зависит от геометрии наклонной грани ножа. Рассматриваемая сила существенно возрастает с увеличением жесткости материала. Показано, что характер достижения предела указанной силы не зависит от конструктивных параметров ножа, а связан со скоростью резания и вязкоупругими свойствами рыбы, что объясняется предельным увеличением динамической жесткости материала с ростом скорости деформации. Установлено, что на величину силы одновременно влияют такие физические факторы, как величина деформации материала, площадь контакта и релаксация напряжений в материале. На основании результатов моделирования с целью сокращения энергозатрат рекомендовано осуществлять резание рыбы до наступления стадии посмертного окоченения. Кроме того, резание предлагается выполнять на стадии автолиза после разрешения посмертного окоченения до наступления порчи сырья. Также целесообразно осуществлять резание при увеличении температуры сырья и уменьшать толщину ножа. Предлагаемые рекомендации согласованы с результатами экспериментальных исследований.

Ключевые слова: предварительная обработка животного сырья; резание пищевых материалов; реология; сила контактного давления; математическое моделирование; боковая грань ножа; рыба.

DOI: 10.17586/2310-1164-2017-10-4-27-42

Mathematical simulation of normal contact pressure forces on side knife edges during food cutting

Ph.D. **Oleg V. Ageev**, oleg.ageev@klgtu.ru,
 D.Sc. **Vladimir A. Naumov**, vladimir.naumov@klgtu.ru,
 D.Sc. **Yuri A. Fatykhov**, elina@klgtu.ru
*Kaliningrad State Technical University,
 1, Sovietsky ave., Kaliningrad, 236022, Russia*

In order to ensure resource conservation while cutting food materials, the system of forces of useful and harmful resistances acting on a knife during fish cutting has been considered. The fish rheological properties are described by a three-element model for linear viscoelastic material. Based on the differential equation for the state of material, mathematical model for normal contact pressure on the knife side edge has been developed. Mathematical models for the normal contact pressure force, as well as for a dimensionless force, have been proposed. It is found out that the force of the normal contact pressure on the knife side edge increases strictly monotonically as the knife is immersed into the material, as well as when the sharpening angle and the blade thickness increases. This force depends greatly on the velocity for the small values of the blade speed, for the large values it practically reaches its limit. It is found out that the force of the contact pressure on the knife side edge depends on the geometry of the knife inclined edge. The force in question increases greatly with the increasing in material rigidity. It is shown that the nature of reaching the limit of this force does not depend on the knife design

parameters, but is related to the cutting speed and fish viscoelastic properties. This is due to extreme increasing in the dynamic material rigidity with the strain rate increasing. It is found out that the magnitude of the force is simultaneously influenced by such physical factors as the magnitude of the material deformation, the contact area, and the stress relaxation in the material. Based on the simulation results to reduce energy consumption it is recommended to cut the fish before the stage of death stiffening. In addition, it is recommended to perform fish cutting at the stage of autolysis after resolution of death stiffening before raw material spoilage. It is also advisable to cut with increasing raw material temperature and to reduce the knife thickness. The proposed recommendations have been aligned with the results of experimental researches.

Keywords: pretreatment of animal raw materials; food cutting; rheology; force of contact pressure; math modeling; side face of the knife; fish.

Введение

В настоящее время резание пищевых материалов лезвием является одним из основных технологических процессов при механической обработке сырья [1–3]. Резание осуществляется ножами различных видов, которые приводятся в движение электродвигателями. Для научно обоснованного расчета параметров режущего инструмента и привода, а также для выбора ресурсосберегающего режима работы технологического оборудования необходимо знать силы, приложенные к лезвию со стороны объекта обработки [4–6]. В связи с этим, является актуальной задача математического моделирования сил сопротивлений, действующих на различные грани ножа.

В работе [7] исследованы процессы деформирования мяса в неоднородных полях при измельчении ударным резанием. На основе реологической модели Бюргерса определены период релаксации и последствия в процессе деформирования мяса, позволяющие определить уровень деформации и коэффициент вязкости при измельчении мяса.

Авторами настоящей работы экспериментально исследованы структурно-механические свойства рыбы. Проведен подбор и идентификация механической модели ее реологических свойств. Показано, что механическому поведению ткани рыбы соответствует трехэлементная модель вязкоупругого материала – модель Кельвина (стандартное вязкоупругое тело). При этом принято допущение, что вязкоупругость имеет линейный характер.

Используемая реологическая модель Кельвина является одномерной, то есть применима при одноосном сжатии и растяжении тканей рыбы. В модельном представлении вязкоупругий материал рассматривается как набор независимых столбиков (последовательно соединенных элементов Гука и Кельвина-Фойгта), сжимающихся под действием штампа, причем во внимание принимаются только нормальные напряжения внутри материала, то есть направленные по нормали к поверхности штампа. В связи с этим задача моделирования сил сопротивлений ниже решается в упрощенной одномерной постановке с пренебрежением касательными к граням ножа напряжениями в разрезаемом материале. Следует отметить, что это является существенным упрощением модели вязкоупругого материала. Вместе с тем такой подход допустим и используется в трибологии при моделировании деформационных сил трения [8]. Это обусловлено тем, что в двумерной и трехмерной постановках при исследовании напряжения и деформации вязкоупругого материала получение аналитических решений зачастую является невозможным [9]. Причем в случаях, когда штамп не является осесимметричным телом относительно нормали к направлению скольжения, становится возможным получение только приближенных численных решений [9].

Согласно современным представлениям трибологии [9–11], сила трения в случае скольжения штампа произвольной формы по деформируемому вязкоупругому материалу обусловлена деформационными потерями энергии в слоях материала, а также адгезией поверхностей. В соответствии с работой [11] только деформационные силы трения оказывают сопротивление скольжению штампа по деформируемому вязкоупругому материалу.

Процесс резания рыбы лезвием имеет сложный характер с трибологической точки зрения, что обусловлено следующим. Нож с некоторой скоростью, в общем случае зависящей от формы профиля, деформирует пищевой материал наклонными гранями. После полного погружения наклонных граней ножа боковые грани входят в контакт с деформированным материалом, что сопровождается процессом

релаксации напряжений. Одновременно следует учитывать, что поверхность граней является шероховатой, поэтому материал деформируется и микронеровностями шероховатой поверхности ножа. В связи с этим возникает необходимость исследовать процесс трения на двух масштабных уровнях – макроскопическом и микроскопическом. На макроскопическом уровне рассмотрения решающими факторами являются макроскопические параметры лезвия – угол заточки, толщина лезвия, глубина погружения режущей кромки. На микроскопическом уровне решающее влияние оказывают параметры шероховатости поверхности ножа.

В работе [9] показано, что при определении результирующей силы трения, обусловленной процессами на различных масштабных уровнях, необходимо использовать принцип суперпозиции. Этот принцип заключается в том, что результирующая сила формируется суммированием вкладов потерь на трение с каждого масштабного уровня. Таким образом, на макроскопическом уровне следует решать задачу определения деформационных сил трения при скольжении штампа 1 рода (ножа как идеально гладкого твердого тела) в деформируемом вязкоупругом материале. На этом уровне шероховатость ножа не учитывается.

На микроскопическом уровне учитывается только шероховатость граней ножа, в связи с чем следует решать задачу определения деформационных сил трения при скольжении штампа 2 рода по деформируемому вязкоупругому материалу с учетом образования микроскопических менисков жидкости в области контакта. Штампами 2 рода являются микровыступы, совокупность которых образует периодический рельеф шероховатой поверхности. Отметим, что геометрия микровыступов определяется технологией изготовления ножа (технологическая шероховатость), а также характером и степенью износа его поверхности (эксплуатационная шероховатость).

Такой подход, предусматривающий определение потерь на трение на различных масштабных уровнях и их суммирование, позволяет найти силы сопротивлений резанию с учетом влияния макрогеометрических параметров ножа (угла заточки, толщины лезвия, формы грани), а также макрогеометрических параметров шероховатости, скорости резания и реологических характеристик материала.

На рисунке 1 показана система сил, действующих на однокромочный нож с двухсторонней заточкой со стороны материала: макроскопическая сила полезного сопротивления разрушению материала режущей кромкой \vec{P}_1 ; макроскопическая вязкоупругая сила \vec{G}_1 , действующая на наклонную грань ножа; макроскопическая сила нормального контактного давления на наклонную грань ножа \vec{P}_2 ; макроскопическая сила трения на наклонной грани ножа \vec{F}_1 ; микроскопическая сила трения на наклонной грани ножа \vec{F}_2 ; макроскопическая вязкоупругая сила, действующая на боковую грань ножа \vec{G}_2 ; макроскопическая сила нормального контактного давления на боковую грань ножа \vec{P}_3 ; микроскопическая сила трения на боковой грани ножа \vec{F}_3 ; макроскопическая сила инерции \vec{P}_4 , приложенная к ножу от пришедших в движение масс раздвигаемого материала. Нож преодолевает силы сопротивлений и перемещается в материале с постоянной скоростью под действием движущей силы \vec{R} . Макроскопическая вязкоупругая сила \vec{G}_1 является векторной суммой сил \vec{P}_2 и \vec{F}_1 .

Силы, действующие на левую половину ножа, на рисунке 1 условно не показаны, при этом h – глубина погружения режущей кромки в материал, δ – половина толщины ножа; \vec{v} – скорость движения ножа.

В дальнейших работах авторов будет показано, что макроскопическая сила трения на боковой грани равна нулю, в связи с чем, макроскопическая вязкоупругая сила \vec{G}_2 равна макроскопической силе нормального контактного давления на боковую грань ножа \vec{P}_3 . Также будет показано, что трение на боковой грани ножа обусловлено только микроскопической силой трения \vec{F}_3 .

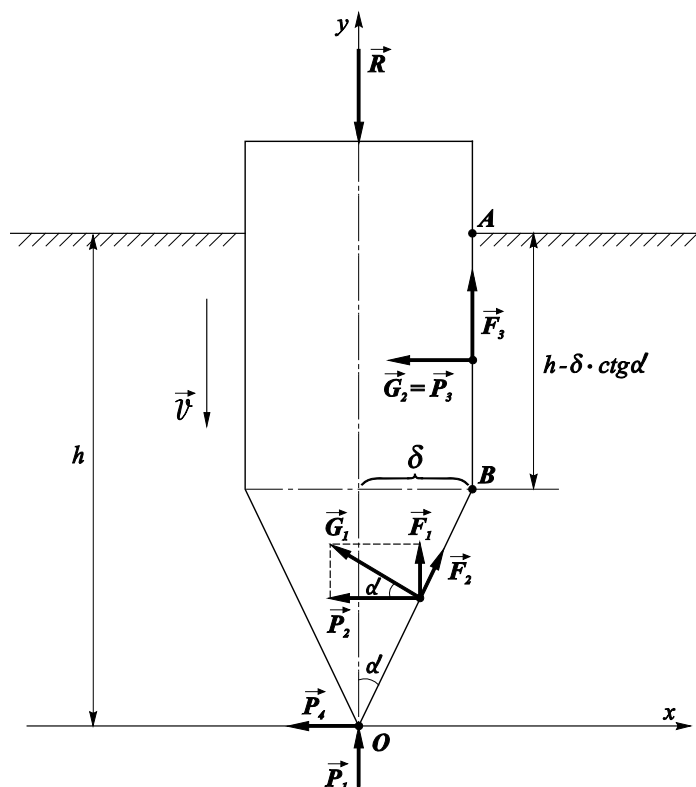


Рисунок 1 – Система сил, действующих на нож со стороны материала

Fig. 1 – The forces acting on the knife on the material side

Макроскопическая и микроскопические силы трения \vec{F}_1 ; \vec{F}_2 ; \vec{F}_3 являются силами вредных сопротивлений, поскольку оказывают сопротивление движению ножа в материале. Макроскопические силы нормальных контактных давлений \vec{P}_2 ; \vec{P}_3 ; \vec{P}_4 движению ножа сопротивления не оказывают, поскольку являются нормальными к вектору скорости ножа. Микроскопические силы трения направлены вдоль поверхности каждой грани ножа. Для определения результирующей силы вредных сопротивлений результаты решения задач нахождения всех сил трения должны быть объединены в соответствии с принципом суперпозиции.

На макроскопическом уровне нож рассматривается как единый штамп, то есть абсолютно твердое тело. Вязкоупругие силы, обусловленные реакцией материала на деформирование, действуют перпендикулярно поверхностям граней ножа. Для каждой грани ножа вязкоупругие силы разложены на составляющие, которые взаимно перпендикулярны: макроскопические силы нормального контактного давления и макроскопические силы трения.

Согласно работам [9–11], силой инерции раздвигаемых слоев материала \vec{P}_4 возможно пренебречь, поскольку скорость движения ножа во много раз меньше скорости распространения механических волн в вязкоупругом материале. В связи с этим, диссипация энергии в вязкоупругом теле приписывается силам трения [11].

В работе [12] выполнено в одномерной постановке математическое моделирование сил нормального контактного давления на наклонные грани ножа при резании рыбы (сила \vec{P}_2 , рисунок 1). Показано, что указанные силы существенно зависят от геометрии наклонной грани (угла заточки ножа, высоты грани и толщины ножа), а также от реологических параметров материала и скорости резания. В работах [13, 14] также исследовано влияние конструктивных параметров ножа и режимов резания на силы сопротивлений.

Математическое моделирование силы нормального контактного давления

Целями математического моделирования являются: определение нормального контактного давления на боковые грани ножа для дальнейшего расчета макроскопических сил трения на основе энергетического подхода [8], а также определение силы нормального контактного давления

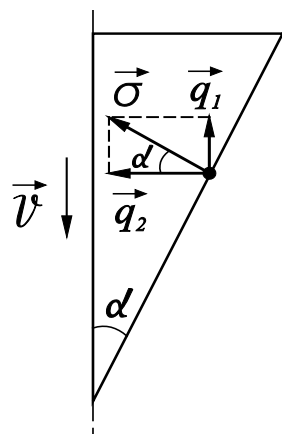


Рисунок 2 – Схема взаимодействия грани ножа с материалом

Fig. 2 – The interaction between the side face of the knife and the material

на боковую грань для установления влияния геометрии ножа, скорости резания и реологических параметров материала на процесс резания.

Рассмотрим на макроскопическом уровне контактное взаимодействие вязкоупругого материала с произвольной гранью ножа (рисунок 2). Вследствие деформирования материала, на грань действует контактное усилие $\vec{\sigma}$, обусловленное внутренними напряжениями в материале и направленное по нормали к поверхности грани. Разложим контактное усилие $\vec{\sigma}$ на две составляющих \vec{q}_1 и \vec{q}_2 . Составляющая \vec{q}_1 является коллинеарной вектору скорости ножа \vec{v} , а составляющая \vec{q}_2 является нормальной вектору скорости \vec{v} . Поскольку касательные к поверхности грани напряжения в материале не учитываются, справедливы соотношения: $q_1 = \sigma \cdot \sin \alpha$, $q_2 = \sigma \cdot \cos \alpha$, где α – угол наклона грани к вектору скорости ножа, он же половинный угол заточки. Согласно работам [8, 9], нормальная составляющая контактного усилия \vec{q}_2 равна нормальному контактному давлению на грань.

Исследуем нормальное контактное усилие \vec{q}_2 на боковую грань однокромочного ножа с двухсторонней заточкой, обусловленную нормальным напряжением в деформированном вязкоупругом материале, и определим силу нормального контактного давления \vec{P}_3 . Поскольку рассматривается взаимодействие материала с боковой гранью, обозначим нормальную составляющую контактного усилия \vec{q}_2 как нормальное контактное усилие на боковую грань $\vec{\sigma}_{бок}$, в отличие от нормального контактного усилия на наклонную грань $\vec{\sigma}_{накл}$ [12]. Заметим, что для боковой грани касательная составляющая контактного усилия $q_1 = 0$, а для наклонной грани касательная составляющая $q_1 = q_2 \cdot \operatorname{tg} \alpha$.

При резании рыбы боковая грань (рисунок 1, AB) входит в контакт с материалом после полного погружения наклонной грани в материал, то есть погружения точки O на глубину $h = \delta / \operatorname{tg} \alpha$ (рисунок 1). При этом материал раздвинут ножом на половину толщины лезвия δ , в связи с чем полагаем относительную деформацию материала постоянной. Следовательно, для определения нормальных контактных давлений на различные точки боковой грани ножа необходимо решить задачу определения релаксации напряжений в вязкоупругом материале при постоянной деформации сжатия, равной половине толщине лезвия.

Будем решать указанную задачу в одномерной постановке. Согласно реологической модели Кельвина, одноосная деформация вязкоупругого материала под действием штампа складывается из сжатий свободной пружины элемента Гука и пружины элемента Кельвина-Фойгта. При этом сжатие упругих элементов модели происходит в направлении одной оси, вдоль которой действует нормальное контактное усилие \vec{q}_2 .

В процессе релаксации происходит снижение напряжений в вязкоупругом материале при постоянной относительной деформации, что обусловлено диссипацией механической энергии. С учетом того, что $\varepsilon = \operatorname{const}$, дифференциальное уравнение состояния вязкоупругого материала [15–17] запишем в следующем виде

$$\frac{d\sigma_{бок}}{dt_1} + \frac{E_0 + E_1}{\eta} \sigma_{бок} - \frac{E_0 \cdot E_1}{\eta} \varepsilon = 0, \tag{1}$$

где $\sigma_{бок}$ – контактное усилие на боковую грань ножа;

ε – относительная деформация материала вдоль оси Oх ;

E_0 – мгновенный модуль упругости материала;

E_1 – запаздывающий модуль упругости материала;

η – коэффициент динамической вязкости материала;

t – время.

Дифференциальное уравнение (1) имеет следующее решение:

$$\sigma_{бок} = \frac{E_0 \cdot E_1}{E_0 + E_1} \varepsilon + C \cdot \exp\left(-\frac{E_0 + E_1}{\eta} \cdot t_1\right), \quad (2)$$

где C – некоторая постоянная величина;

t_1 – время с момента полного погружения наклонной грани в материал.

Зададим следующее начальное условие, при котором наклонная грань ножа полностью погрузилась в материал, то есть раздвижение материала ножом завершилось, и рост деформации прекратился. При этом глубина погружения ножа в подвижной системе координат составляет $y = \delta/\text{tg}\alpha$, а начальное контактное усилие на боковую грань соответствует максимальному нормальному контактному усилию на наклонную грань согласно [12]:

$$t_1 = 0; \quad \varepsilon = \delta/l; \quad y = \frac{\delta}{\text{tg}\alpha};$$

$$\sigma_{бок} = \frac{\xi \cdot \text{tg}\alpha}{l} \cdot \frac{\delta}{\text{tg}\alpha} + \frac{\xi^2 \cdot \eta \cdot v \cdot \text{tg}\alpha}{E_1^2 \cdot l} \cdot \left(1 - \exp\left(k \cdot \frac{\delta}{\text{tg}\alpha}\right)\right); \quad (3)$$

$$\sigma_{бок} = \frac{\xi \cdot \delta}{l} + \frac{\xi^2 \cdot \eta \cdot v \cdot \text{tg}\alpha}{E_1^2 \cdot l} \cdot \left(1 - \exp\left(k \cdot \frac{\delta}{\text{tg}\alpha}\right)\right),$$

где α – половина угла заточки ножа;

δ – половины толщины ножа;

v – скорость движения ножа в материале;

l – длина разрезаемого пищевого образца;

$$\xi = \frac{E_0 \cdot E_1}{E_0 + E_1}; \quad k = -\frac{E_0 + E_1}{\eta \cdot v}.$$

С учетом начального условия (3) запишем выражение (2) в следующем виде

$$\frac{\xi \cdot \delta}{l} + \frac{\xi^2 \cdot \eta \cdot v \cdot \text{tg}\alpha}{E_1^2 \cdot l} \cdot \left(1 - \exp\left(k \cdot \frac{\delta}{\text{tg}\alpha}\right)\right) = \xi \cdot \frac{\delta}{l} + C,$$

откуда получим

$$C = \frac{\xi^2 \cdot \eta \cdot v \cdot \text{tg}\alpha}{E_1^2 \cdot l} \cdot \left(1 - \exp\left(k \cdot \frac{\delta}{\text{tg}\alpha}\right)\right). \quad (4)$$

После подстановки (4) в (2) получим

$$\sigma_{бок} = \xi \cdot \frac{\delta}{l} + \frac{\xi^2 \cdot \eta \cdot v \cdot \text{tg}\alpha}{E_1^2 \cdot l} \cdot \mu \cdot \exp(k \cdot v \cdot t_1), \quad (5)$$

где $\mu = 1 - \exp\left(\frac{k \cdot \delta}{\text{tg}\alpha}\right)$.

Будем считать движение ножа установившимся и перейдем к подвижной системе координат (x, y) , связанной с режущей кромкой (рисунок 1). В системе координат (x, y) напряжение не зависит от времени и является функцией координаты.

Интерпретируем контактное усилие как нормальное контактное давление на боковую грань [8, 9]:

$$P_{бок} = \sigma_{бок},$$

где $p_{бок}$ – нормальное контактное давление на боковую грань.

Тогда в подвижной системе координат выражение для нормального контактного давления на указанную грань имеет вид

$$p_{\text{бок}} = \frac{\delta \cdot \xi}{l} \cdot \left[1 + \frac{\xi \cdot \eta \cdot v \cdot \mu \cdot \text{tg}\alpha}{E_1^2 \cdot \delta} \cdot \exp\left(k \cdot \left(y - \frac{\delta}{\text{tg}\alpha}\right)\right) \right], \quad (6)$$

где y – координата режущей кромки ножа в материале; $y > \delta/\text{tg}\alpha$.

Элемент силы нормального контактного давления, действующей на боковую грань ножа в элементарной полоске dy длиной l_k

$$dP_3 = l_k \cdot p_{\text{бок}} \cdot dy. \quad (7)$$

Сила нормального контактного давления на боковую грань ножа с учетом (6) и (7) определяется следующим выражением

$$P_3 = \frac{l_k \cdot \delta \cdot \xi}{l} \cdot \int_{\delta/\text{tg}\alpha}^h \left\{ 1 + \frac{\xi \cdot \eta \cdot v \cdot \mu \cdot \text{tg}\alpha}{E_1^2 \cdot \delta} \cdot \exp\left(k \cdot \left(y - \frac{\delta}{\text{tg}\alpha}\right)\right) \right\} dy.$$

Введем безразмерные скорость и глубину погружения ножа в материал. Выполним ряд следующих преобразований и используем формулу Ньютона-Лейбница

$$\begin{aligned} \xi &= \frac{E_0 \cdot E_1}{E_0 + E_1}; \quad v = \bar{v} \cdot \frac{h \cdot (E_0 + E_1)}{\eta}; \\ k &= -\frac{E_0 + E_1}{\eta \cdot v} = -\frac{(E_0 + E_1) \cdot \eta}{\eta \cdot \bar{v} \cdot h \cdot (E_0 + E_1)} = -\frac{1}{\bar{v} \cdot h}; \\ \mu &= 1 - \exp\left(\frac{k \cdot \delta}{\text{tg}\alpha}\right) = 1 - \exp\left(\frac{-h_m}{\bar{v} \cdot h}\right) = 1 - \exp\left(\frac{-1}{\bar{v} \cdot \bar{h}}\right); \quad \bar{h} = h/h_m; \\ \chi &= \frac{\xi \cdot \eta \cdot v \cdot \mu \cdot \text{tg}\alpha}{E_1^2 \cdot \delta}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\xi \cdot \eta \cdot v \cdot \mu \cdot \text{tg}\alpha}{E_1^2 \cdot \delta} &= \frac{E_0 \cdot E_1}{E_0 + E_1} \cdot \bar{v} \cdot \frac{h \cdot (E_0 + E_1) \cdot \eta}{\eta \cdot E_1^2 \cdot \delta} \cdot \left[1 - \exp\left(\frac{-1}{\bar{v} \cdot \bar{h}}\right) \right] \cdot \text{tg}\alpha = \\ &= \frac{E_0}{E_1} \cdot \bar{v} \cdot \frac{h}{\delta} \cdot \left[1 - \exp\left(\frac{-1}{\bar{v} \cdot \bar{h}}\right) \right] \cdot \text{tg}\alpha = \frac{E_0 \cdot h_m}{E_1 \cdot \delta} \cdot \text{tg}\alpha \cdot \bar{v} \cdot \bar{h} \cdot \left[1 - \exp\left(\frac{-1}{\bar{v} \cdot \bar{h}}\right) \right]; \\ \chi &= \frac{E_0 \cdot h_m}{E_1 \cdot \delta} \cdot \text{tg}\alpha \cdot \bar{v} \cdot \bar{h} \cdot \left[1 - \exp\left(\frac{-1}{\bar{v} \cdot \bar{h}}\right) \right]; \end{aligned}$$

$$\exp\left(k \cdot \left(h - \frac{\delta}{\text{tg}\alpha}\right)\right) = \exp(k \cdot (h - h_m)) = \exp(k \cdot h_m \cdot (\bar{h} - 1)) = \exp\left(\frac{1 - \bar{h}}{\bar{v} \cdot \bar{h}}\right);$$

$$P_3 = \frac{l_k \cdot \delta \cdot \xi}{l} \cdot \int_{\delta/\text{tg}\alpha}^h \left\{ 1 + \chi \cdot \exp\left(k \cdot \left(y - \frac{\delta}{\text{tg}\alpha}\right)\right) \right\} dy;$$

$$P_3 = \frac{l_k \cdot \delta \cdot \xi}{l} \cdot \left(\frac{\chi}{k} \cdot \left[\exp\left(k \cdot \left(h - \frac{\delta}{\text{tg}\alpha}\right)\right) - 1 \right] + h - \frac{\delta}{\text{tg}\alpha} \right).$$

С учетом $h_m = \delta/\text{tg}\alpha$:

$$P_3 = \frac{l_k \cdot \delta \cdot \xi}{l} \cdot \left(\frac{\chi}{k} \cdot \left[\exp\left(\frac{1 - \bar{h}}{\bar{v} \cdot \bar{h}}\right) - 1 \right] + h - h_m \right);$$

$$P_3 = \frac{l_k \cdot \delta \cdot \xi \cdot h_m}{l} \cdot \left(\bar{v} \cdot \bar{h} \cdot \frac{E_0 \cdot h_m}{E_1 \cdot \delta} \cdot \text{tg}\alpha \cdot \bar{v} \cdot \bar{h} \cdot \left[\exp\left(\frac{-1}{\bar{v} \cdot \bar{h}}\right) - 1 \right] \times \left[\exp\left(\frac{1 - \bar{h}}{\bar{v} \cdot \bar{h}}\right) - 1 \right] + \bar{h} - 1 \right);$$

$$P_0 = \frac{l_k \cdot \delta \cdot \xi \cdot h_m}{l} = \frac{l_k \cdot \delta^2 \cdot \xi}{l \cdot \operatorname{tg} \alpha} = \frac{l_k \cdot \delta^2 \cdot E_0}{(1 + E_0/E_1) \cdot l \cdot \operatorname{tg} \alpha}, \text{ Н.}$$

Таким образом, выражение для силы нормальных контактных давлений на боковую грань ножа имеет следующий вид

$$P_3 = \frac{l_k \cdot \delta \cdot \xi}{l} \cdot \left(\frac{\chi}{k} \cdot \left[\exp \left(k \cdot \left(h - \frac{\delta}{\operatorname{tg} \alpha} \right) \right) - 1 \right] + h - \frac{\delta}{\operatorname{tg} \alpha} \right) = \frac{l_k \cdot \delta \cdot \xi}{l} \cdot \left(\frac{\chi}{k} \cdot \left[\exp \left(k \cdot (h - h_m) \right) - 1 \right] + h - h_m \right) \quad (8)$$

Используя безразмерные величины, после вышеприведенных преобразований имеем

$$P_3 = P_0 \cdot \left(\frac{E_0}{E_1} \cdot (\bar{v} \cdot \bar{h})^2 \cdot \left[\exp \left(\frac{-1}{\bar{v} \cdot \bar{h}} - 1 \right) \right] \cdot \left[\exp \left(\frac{1 - \bar{h}}{\bar{v} \cdot \bar{h}} \right) - 1 \right] + \bar{h} - 1 \right). \quad (9)$$

Преобразуем выражение (8) к следующему виду для получения в явном виде зависимости от половины угла заточки α и половины толщины ножа δ

$$P_3 = \frac{l_k \cdot E_0}{(1 + E_0/E_1) \cdot l} \cdot \left\{ \frac{E_0}{E_1} \cdot (\bar{v} \cdot \bar{h})^2 \operatorname{tg} \alpha \cdot \left[\exp \left(\frac{-\delta}{\bar{v} \cdot \bar{h} \cdot \operatorname{tg} \alpha} \right) - 1 \right] \cdot \left[\exp \left(\frac{\delta - h \cdot \operatorname{tg} \alpha}{\bar{v} \cdot \bar{h} \cdot \operatorname{tg} \alpha} \right) - 1 \right] + h \cdot \delta - \frac{\delta^2}{\operatorname{tg} \alpha} \right\}. \quad (10)$$

Введем безразмерную силу нормальных контактных давлений на боковую грань ножа

$$\bar{P}_3 = \frac{E_0}{E_1} \cdot (\bar{v} \cdot \bar{h})^2 \cdot \left[\exp \left(\frac{-1}{\bar{v} \cdot \bar{h}} - 1 \right) \right] \cdot \left[\exp \left(\frac{1 - \bar{h}}{\bar{v} \cdot \bar{h}} \right) - 1 \right] + \bar{h} - 1. \quad (11)$$

Выражения (8)–(11) имеют физический смысл при $h > \delta/\operatorname{tg} \alpha$, $\bar{h} > 1$ поскольку сила нормального контактного давления на боковую грань начинает действовать после полного погружения наклонной грани ножа в материал. В момент полного погружения наклонной грани $\bar{h} = 1$; $P_3 = \bar{P}_3 = 0$.

Результаты моделирования

На рисунке 3 приведены зависимости силы нормального контактного давления на боковую грань от толщины и угла заточки ножа при различных постоянных значениях погруженной глубины боковой грани h_0 . Принято обозначение: $h_0 = h - h_m = h - \delta/\operatorname{tg} \alpha$.

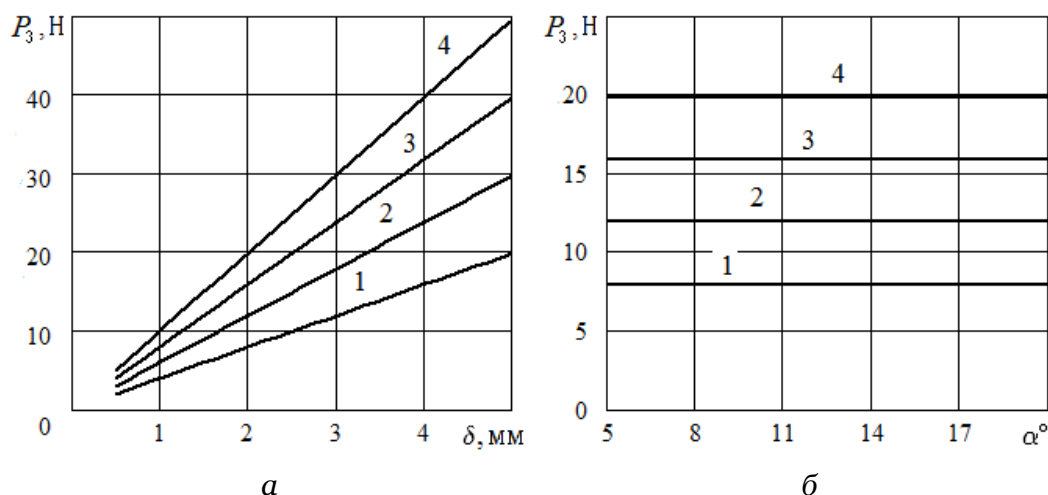


Рисунок 3 – Сила нормального контактного давления на боковую грань при $\bar{v} = 50$; $E_0/E_1 = 7$ и различных значениях h_0 : 1 – $h_0 = 20$ мм; 2 – $h_0 = 30$ мм; 3 – $h_0 = 40$ мм; 4 – $h_0 = 50$ мм; $h_0 = h - \delta/\operatorname{tg} \alpha$;

а – зависимость от толщины ножа (при постоянном угле заточки $\alpha = 10^\circ$);

б – зависимость от угла заточки ножа (при постоянной толщине ножа $\delta = 2$ мм)

Fig. 3 – The force of normal contact pressure on the side face of the knife at $\bar{v} = 50$; $E_0/E_1 = 7$ and different values of h_0 : 1 – $h_0 = 20$ mm; 2 – $h_0 = 30$ mm; 3 – $h_0 = 40$ mm 4 – $h_0 = 50$ mm; $h_0 = h - \delta/\operatorname{tg} \alpha$;

а – the dependence of the knife thickness (at constant sharpening angle $\alpha = 10^\circ$);

б – the dependence of the knife sharpening angle (at constant thickness of the knife $\delta = 2$ mm)

На рисунке 4 приведены зависимости указанной силы от угла заточки ножа при различных значениях мгновенного модуля упругости. На рисунке 5 приведены зависимости силы от глубины погружения ножа в материал при различных значениях угла заточки и толщины лезвия. На рисунке 6 приведены зависимости силы от безразмерной глубины погружения ножа в материал при различных значениях угла заточки и толщины лезвия. Обобщенная зависимость силы нормального контактного давления на боковую грань ножа от угла заточки и толщины ножа приведена на контурном графике рисунок 7.

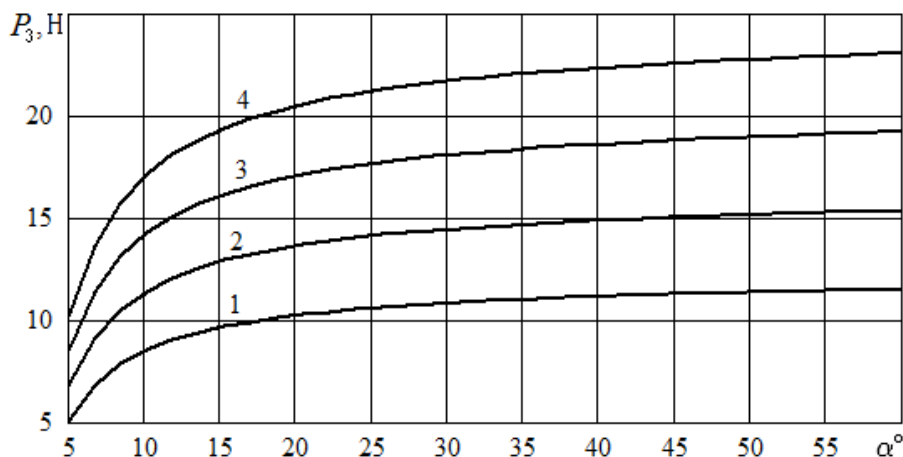


Рисунок 4 – Зависимость силы нормального контактного давления на боковую грань от угла заточки при $\bar{v} = 50$; $\delta = 2$ мм; $h = 40$ мм; $E_0/E_1 = 7$ и различных значениях E_0 : 1 – $E_0 = 1,5 \cdot 10^5$ Н/м²; 2 – $E_0 = 2 \cdot 10^5$ Н/м²; 3 – $E_0 = 2,5 \cdot 10^5$ Н/м²; 4 – $E_0 = 3 \cdot 10^5$ Н/м²

Fig. 4 – The dependence between the normal pressure force on the side face of the knife and the knife sharpening angle at $\bar{v} = 50$; $\delta = 2$ mm; $h = 40$ mm; $E_0/E_1 = 7$ and different values of E_0 : 1 – $E_0 = 1,5 \cdot 10^5$ N/m²; 2 – $E_0 = 2 \cdot 10^5$ N/m²; 3 – $E_0 = 2,5 \cdot 10^5$ N/m²; 4 – $E_0 = 3 \cdot 10^5$ N/m²

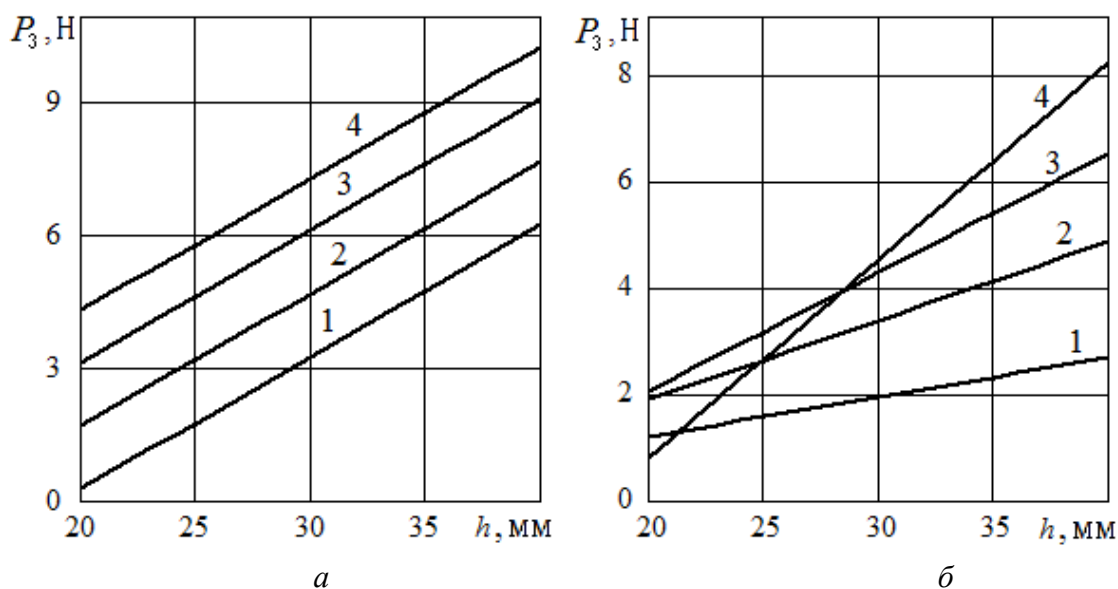


Рисунок 5 – Зависимость силы нормального контактного давления на боковую грань от глубины погружения ножа в материал при $\bar{v} = 50$; $E_0/E_1 = 7$; $E_0 = 1,5 \cdot 10^5$ Н/м²;

а – при различных значениях угла заточки ножа ($\delta = 2$ мм): 1 – $\alpha = 6^\circ$; 2 – $\alpha = 8^\circ$; 3 – $\alpha = 12^\circ$; 4 – $\alpha = 20^\circ$;

б – при различных значениях толщины ножа ($\alpha = 8^\circ$): 1 – $\delta = 0,5$ мм; 2 – $\delta = 1$ мм; 3 – $\delta = 1,5$ мм; 4 – $\delta = 2,5$ мм

Fig. 5 – The dependence between the normal contact pressure force in the side face of the knife and the depth of knife immersion into the material at $\bar{v} = 50$; $E_0/E_1 = 7$; $E_0 = 1,5 \cdot 10^5$ N/m²;

а – at different values of knife sharpening angle ($\delta = 2$ mm): 1 – $\alpha = 6^\circ$; 2 – $\alpha = 8^\circ$; 3 – $\alpha = 12^\circ$; 4 – $\alpha = 20^\circ$;

б – at different values of knife thickness ($\alpha = 8^\circ$): 1 – $\delta = 0,5$ mm; 2 – $\delta = 1$ mm; 3 – $\delta = 1,5$ mm; 4 – $\delta = 2,5$ mm.

На рисунке 8 приведены зависимости силы нормального контактного давления на боковую грань от безразмерной скорости ножа и безразмерной глубины погружения при различных реологических свойствах рыбы. На рисунке 9 приведены зависимости указанной силы от безразмерной скорости ножа и безразмерной глубины погружения при различных значениях мгновенного модуля упругости материала. На рисунке 10 приведены зависимости от безразмерной скорости ножа и безразмерной глубины погружения при различных значениях коэффициента динамической вязкости материала. На рисунке 11 приведены зависимости безразмерной силы нормального контактного давления на боковую грань от безразмерной скорости ножа и безразмерной глубины погружения при различных значениях отношения модулей упругости материала.

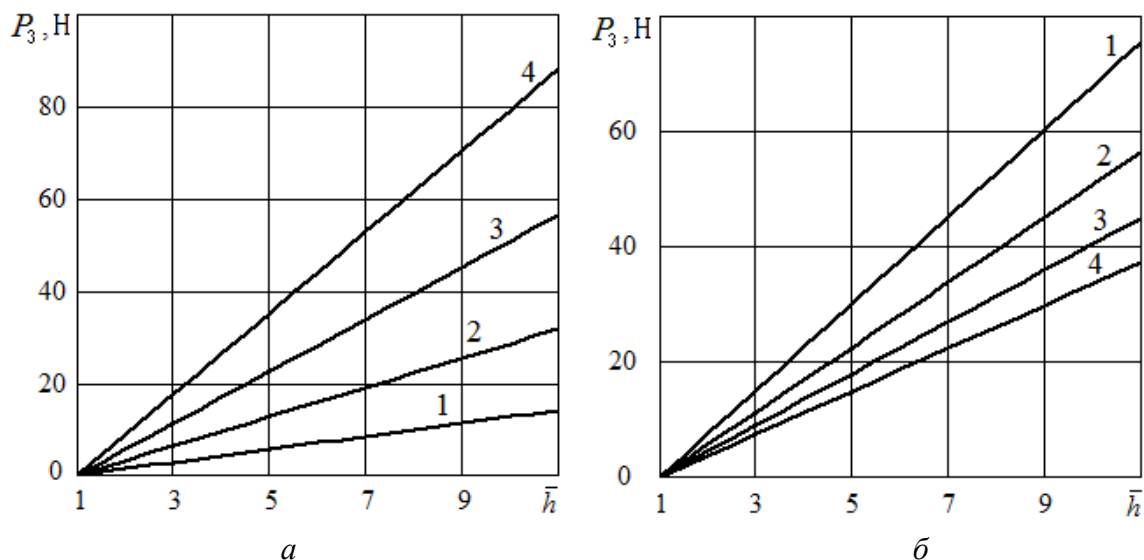


Рисунок 6 – Зависимость силы нормального контактного давления на боковую грань от безразмерной глубины погружения ножа в материал;

a – при различных значениях толщины ножа (при постоянном угле заточки $\alpha = 8^\circ$): 1 – $\delta = 1$ мм; 2 – $\delta = 1,5$ мм; 3 – $\delta = 2$ мм; 4 – $\delta = 2,5$ мм;
б – при различных значениях угла заточки ножа (при постоянной толщине ножа $\delta = 2$ мм): 1 – $\alpha = 6^\circ$; 2 – $\alpha = 8^\circ$; 3 – $\alpha = 10^\circ$; 4 – $\alpha = 12^\circ$

Fig. 6 – The dependence between the normal contact pressure force in the side face of the knife and nondimensional depth of knife immersion into the material;

a – at different values of knife thickness (at constant sharpening angle $\alpha = 8^\circ$): 1 – $\delta = 1$ mm; 2 – $\delta = 1,5$ mm; 3 – $\delta = 2$ mm; 4 – $\delta = 2,5$ mm;
б – at different values of knife sharpening angle (at constant knife thickness $\delta = 2$ mm): 1 – $\alpha = 6^\circ$; 2 – $\alpha = 8^\circ$; 3 – $\alpha = 10^\circ$; 4 – $\alpha = 12^\circ$

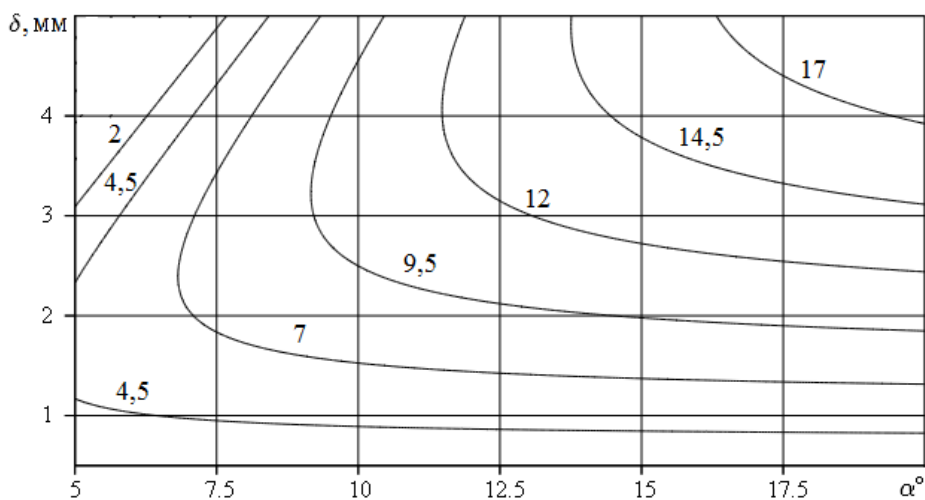


Рисунок 7 – Зависимость силы нормального контактного давления на боковую грань ножа (в ньютонах) от угла заточки и толщины ножа при $\bar{v} = 50$; $h = 40$ мм; $E_o/E_1 = 7$; $E_o = 1,5 \cdot 10^5$ Н/м²

Fig. 7 – The dependence between the normal contact pressure force in the side face of the knife (in newton) and the sharpening angle of the knife and its thickness at $\bar{v} = 50$; $h = 40$ mm; $E_o/E_1 = 7$; $E_o = 1,5 \cdot 10^5$ N/m²

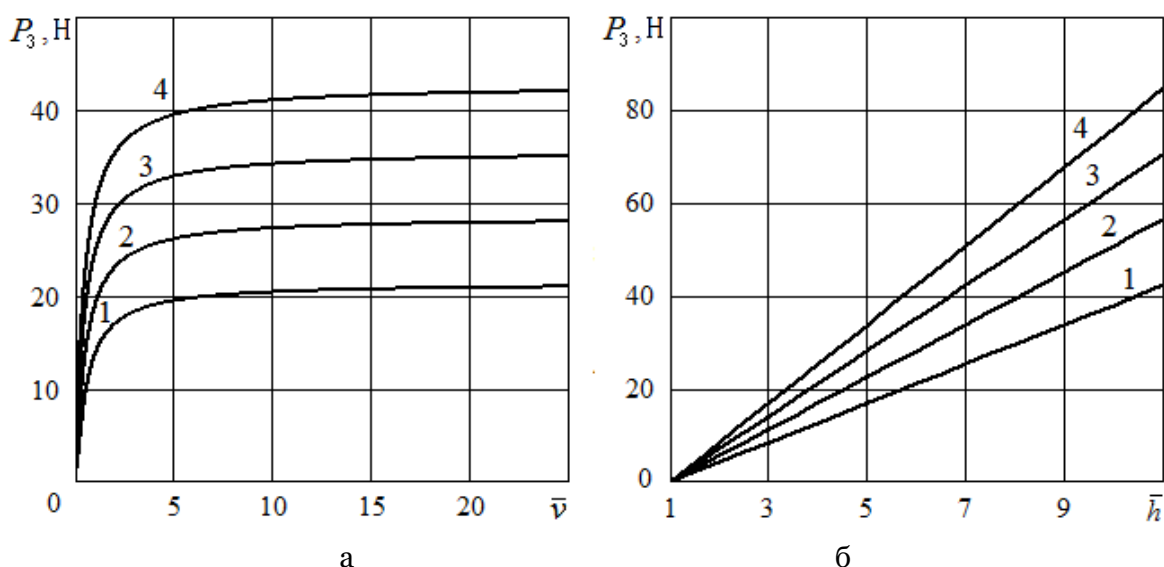


Рисунок 8 – Сила нормального контактного давления на боковую грань ножа при различных четырех реологических свойствах материала [12, таблица 1] ($\delta = 2$ мм, $\alpha = 8^\circ$):

а – зависимость от безразмерной скорости ножа \bar{v} ($\bar{h} = 6$); б – зависимость от безразмерной глубины погружения \bar{h} ($\bar{v} = 50$)

Fig. 8 – The force of normal contact pressure on the side face of the knife at different rheological properties of the material according [12, Table 1] ($\delta = 2$ mm, $\alpha = 8^\circ$):

а – the dependence on the nondimensional knife force \bar{v} ($\bar{h} = 6$);

б – the dependence on the nondimensional knife immersion depth \bar{h} ($\bar{v} = 50$)

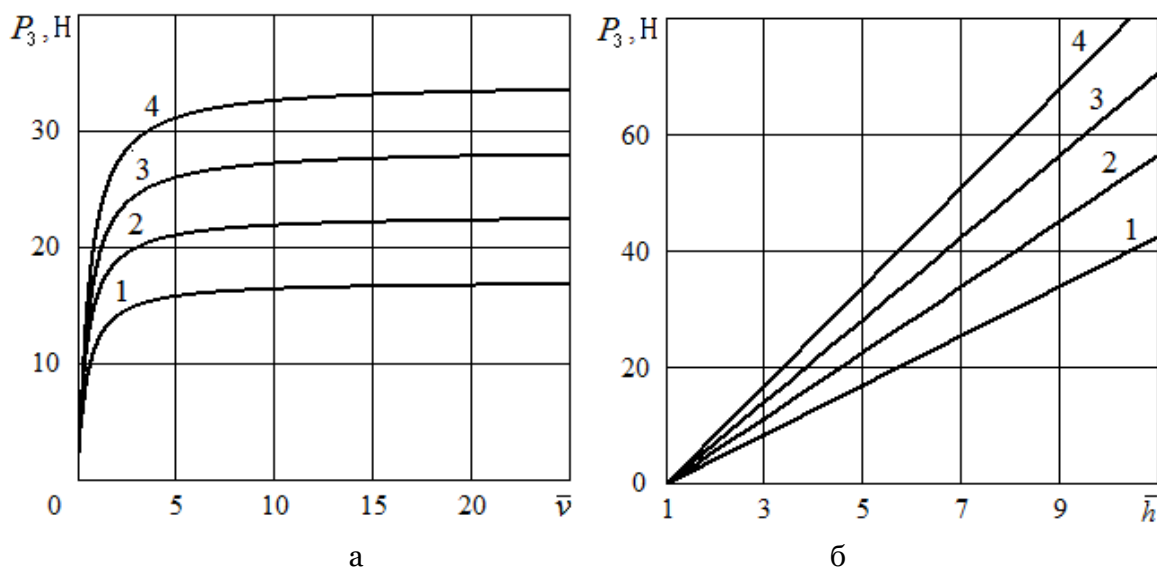


Рисунок 9 – Сила нормального контактного давления на боковую грань ножа при различных значениях E_o (постоянных значениях $E_i = 3 \cdot 10^4$ Н/м²; $\eta = 5 \cdot 10^7$ Н·с/м²):

1 – $E_o = 1,5 \cdot 10^5$ Н/м²; 2 – $E_o = 2 \cdot 10^5$ Н/м²; 3 – $E_o = 2,5 \cdot 10^5$ Н/м²; 4 – $E_o = 3 \cdot 10^5$ Н/м²;

а – от безразмерной скорости ножа \bar{v} ($\bar{h} = 5$); б – от безразмерной глубины погружения \bar{h} ($\bar{v} = 50$)

Fig. 9 – The force of normal contact pressure on the side face of the knife at different values of E_o (constant values of $E_i = 3 \cdot 10^4$ N/m²; $\eta = 5 \cdot 10^7$ N·s/m²): 1 – $E_o = 1.5 \cdot 10^5$ N/m²; 2 – $E_o = 2 \cdot 10^5$ N/m²; 3 – $E_o = 2.5 \cdot 10^5$ N/m²; 4 – $E_o = 3 \cdot 10^5$ N/m²;

а – the dependence on the nondimensional knife force \bar{v} ($\bar{h} = 5$); б – the dependence on the nondimensional knife immersion depth \bar{h} ($\bar{v} = 50$)

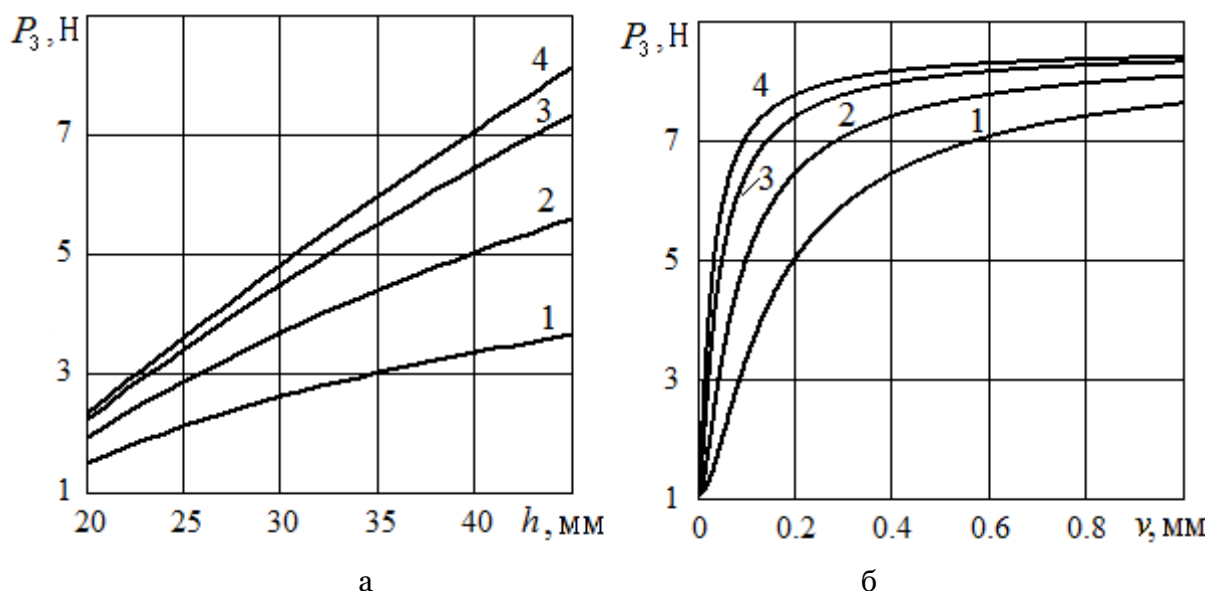


Рисунок 10 – Сила нормального контактного давления на боковую грань ножа при различных значениях коэффициента динамической вязкости материала ($\delta = 2$ мм, $E_o/E_1 = 7$; $E_o = 1,5 \cdot 10^5$ Н/м²; $\alpha = 10^\circ$):
 1 – $\eta = 2,5 \cdot 10^7$ Н·с/м²; 2 – $\eta = 5 \cdot 10^7$ Н·с/м²; 3 – $\eta = 10 \cdot 10^7$ Н·с/м²; 4 – $\eta = 15 \cdot 10^7$ Н·с/м²;
 а – зависимость от глубины погружения ножа в материал ($v = 0,1$ мм/с); б – зависимость от скорости ножа ($h = 40$ мм)

Fig. 10 – The force of normal contact pressure on the side face of the knife at different values of material dynamic viscosity coefficient ($\delta = 2$ mm, $E_o/E_1 = 7$; $E_o = 1,5 \cdot 10^5$ N/m²; $\alpha = 10^\circ$):
 1 – $\eta = 2,5 \cdot 10^7$ N·s/m²; 2 – $\eta = 5 \cdot 10^7$ N·s/m²; 3 – $\eta = 10 \cdot 10^7$ N·s/m²; 4 – $\eta = 15 \cdot 10^7$ N·s/m²;
 а – the dependence on the knife immersion depth ($v = 0,1$ mm/s); б – the dependence on the knife velocity ($h = 40$ mm)

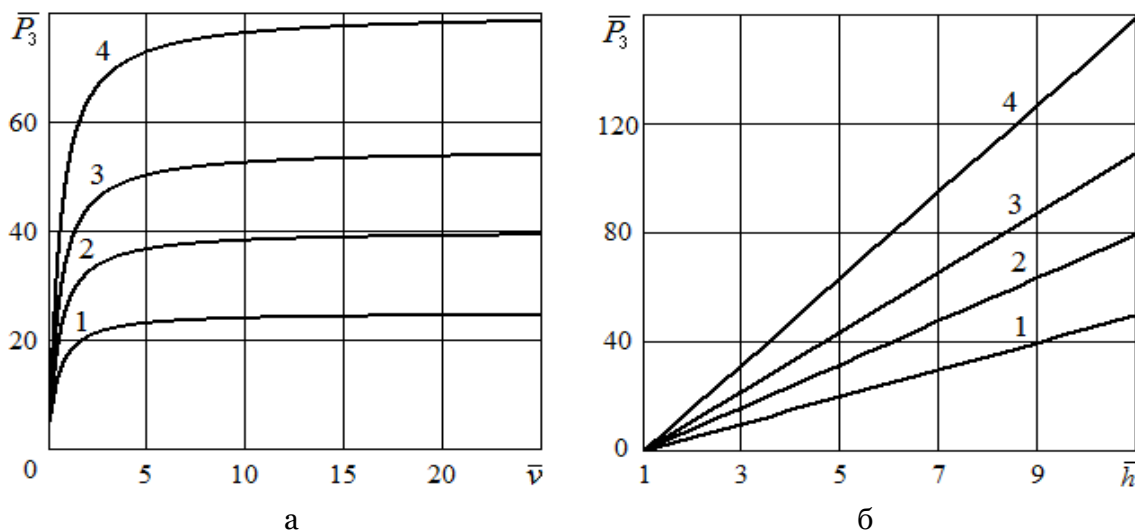


Рисунок 11 – Безразмерная сила нормального контактного давления на боковую грань ножа при различных отношениях модулей упругости материала: 1 – $E_o/E_1 = 4$; 2 – $E_o/E_1 = 7$; 3 – $E_o/E_1 = 10$; 4 – $E_o/E_1 = 15$;
 а – от безразмерной скорости ножа \bar{v} ($h = 6$); б – от безразмерной глубины погружения \bar{h} ($\bar{v} = 50$)

Fig. 11 – Nondimensional force of normal contact pressure on the side face of the knife at different material modular ratio:
 1 – $E_o/E_1 = 4$; 2 – $E_o/E_1 = 7$; 3 – $E_o/E_1 = 10$; 4 – $E_o/E_1 = 15$;
 а – the dependence on nondimensional knife velocity \bar{v} ($h = 6$); б – the dependence on nondimensional knife immersion depth \bar{h} ($\bar{v} = 50$)

Обсуждение результатов

Результаты моделирования, представленные на рисунке 2,а показывают, что сила нормального контактного давления на боковую грань возрастает при увеличении толщины ножа. Рисунок 2,б иллюстрирует, что при увеличении угла заточки ножа и постоянной погруженной глубине боковой грани указанная сила не изменяется, поскольку не изменяются площадь контакта и относительная деформация материала. Особенностью моделирования (рисунок 2) является постоянство погруженной глубины боковой грани $h_0 = h - \delta/\text{tg}\alpha$ при изменении половины угла заточки и половины толщины ножа.

Рисунок 3 демонстрирует, что если зафиксировать глубину погружения кромки ножа в материал и увеличивать угол заточки, то указанная сила строго монотонно и нелинейно возрастает, поскольку возрастает площадь контакта.

Результаты моделирования, представленные на рисунках 4 и 5, показывают, что сила нормального контактного давления на боковую грань ножа монотонно возрастает при увеличении глубины погружения кромки в материал. Это также обусловлено увеличением площади контакта материала с боковой гранью.

Контурный график на рисунке 6 демонстрирует сложную картину одновременного влияния трех различных физических факторов на силу нормального контактного давления на боковую грань – увеличения деформации материала, изменения площади контакта и релаксации напряжений в материале. Особенностью рисунка 6 является то, что глубина погружения кромки ножа в материал при моделировании задана постоянной, вследствие чего имеет место максимум силы. При этом условии, согласно рисунку 6, увеличение угла заточки ножа приводит к увеличению толщины лезвия, при которой достигается максимум силы. Таким образом, чем больше угол заточки ножа, тем больше будет толщина лезвия, при которой релаксация и изменение площади контакта уравновесят рост деформации материала.

Рисунок 7 иллюстрирует, что при увеличении жесткости рыбы сила нормального контактного давления на боковую грань существенно возрастает. Рисунок 8 также показывает, что при усилении мгновенно-упругих свойств материала и росте скорости ножа указанная сила существенно возрастает.

Вместе с тем, согласно рисунку 9,а при увеличении коэффициента динамической вязкости материала сила возрастает. Однако такая зависимость проявляется лишь при малых скоростях ножа. Согласно рисунку 9,б, при высокой скорости ножа вязкие свойства рыбы перестают оказывать влияние на силу нормального контактного давления на боковую грань. Это позволяет заключить, что по мере увеличения скорости ножа упругие свойства рыбы преобладают над вязкими свойствами с точки зрения влияния на силу нормального контактного давления на боковую грань. Кроме того, по мере увеличения вязкости материала зависимость рассматриваемой силы от данного параметра снижается.

Анализ зависимостей безразмерной силы от безразмерной скорости ножа и безразмерной глубины погружения, представленных на рисунке 10, также соответствует вышеизложенным заключениям и дополнительно показывает, что указанная сила существенно зависит от отношения модулей упругости материала. По мере увеличения скорости ножа безразмерная сила существенно возрастает, однако при достижении определенной скорости рост резко замедляется, а безразмерная сила нормального контактного давления на боковую грань практически достигает предела. Кроме того, по мере снижения запаздывания в деформации материала, указанная сила существенно растет.

Анализ результатов расчетов (рисунки 2–10) позволяет заключить, что достижение предела силой нормального контактного давления на боковую грань при увеличении скорости резания обусловлено динамическим изменением вязкоупругих свойств вследствие изменений в структуре материала. Усиление мгновенно-упругих свойств материала, увеличение его вязкости и снижение запаздывания приводят к существенному росту рассматриваемой силы. Отметим, что этот эффект проявляется также при взаимодействии наклонной грани ножа и материала [12]. Особенностью процесса деформации материала боковой гранью является ярко выраженная релаксация напряжений, а также его непосредственная зависимость от предшествующей деформации тканей наклонной гранью ножа.

Результаты моделирования позволяют сделать вывод, что при погружении боковой грани ножа в материал величина силы нормального контактного давления определяется двумя физическими факторами: увеличением площади контакта грани с материалом, а также явлением релаксации напряжений в вязкоупругом материале. Причиной достижения предела силой нормального контактного давления на боковую грань при увеличении скорости резания, по мнению авторов, являются внутренние структурные изменения в вязкоупругом материале, протекающие с ростом скорости деформации. Согласно работе [15] динамические свойства вязкоупругих материалов обнаруживают существование четырех различных областей (доменов), зависящих от внешних условий. Домены представляют собой различные релаксационные состояния вязкоупругого материала [15]. Существуют следующие области: вязкотекучего состояния, высокоэластичного состояния, переходная область и область стеклообразного состояния. В соответствии с [15] переход между областями достигается либо изменением скорости деформирования, либо варьированием температуры материала.

Таким образом, можно заключить, что с увеличением скорости резания вязкоупругие свойства материала переходят из области вязкотекучего в область высокоэластического состояния (рисунки 8–11), что сопровождается ослаблением вязких свойств (рисунок 9).

Кроме того, возможно сделать вывод, что сила нормального контактного давления на боковую грань ножа возрастает до наступления стадии посмертного окоченения, достигает наибольшего значения при посмертном окоченении и существенно снижается на стадии автолиза с увеличением времени хранения сырья. Это согласуется с результатами экспериментальных исследований процесса резания рыбы [18].

Заключение

Сила нормального контактного давления на боковую грань ножа строго монотонно возрастает по мере погружения ножа в материал, а также с увеличением толщины лезвия. Это обусловлено увеличением площади контакта грани с материалом. Указанная сила существенно зависит от скорости лишь при малых значениях скорости ножа, а при больших значениях – практически достигает предела. Сила контактного давления на боковую грань ножа непосредственно зависит от геометрии его наклонной грани.

Рассматриваемая сила также существенно возрастает с увеличением жесткости материала, то есть с усилением его упругих и вязких свойств. Характер достижения предела указанной силы не зависит от конструктивных параметров ножа, однако связан со скоростью резания и вязкоупругими свойствами рыбы. Это объясняется переходом вязкоупругих свойств материала из области вязкотекучего в область высокоэластического состояния. На величину силы одновременно влияют различные физические факторы – величина деформации материала, площадь контакта и релаксация напряжений в материале.

На основании результатов моделирования с целью сокращения затрат энергии рекомендуется осуществлять резание рыбы до наступления стадии посмертного окоченения. Кроме того, резание рекомендуется выполнять на стадии автолиза после разрешения посмертного окоченения до наступления порчи сырья. Также рекомендуется осуществлять резание при увеличении температуры сырья и уменьшать толщину ножа. Полученные рекомендации согласуются с результатами экспериментальных исследований.

Основные направления дальнейших исследований следующие: исследование сил нормального контактного давления на заднюю наклонную грань двухкромочного ножа, исследование деформационных сил трения на гранях ножа, сравнительный анализ сил сопротивлений резанию, действующих на грани однокромочного и двухкромочного ножей.

Литература

1. Пеленко В.В., Кузьмин В.В. Оптимизация формы режущей кромки лезвия ножа для волчка при измельчении охлажденного или дефростированного мясного сырья // Известия высших учебных заведений. Пищевая технология. 2009. № 1. С. 95–96.
2. Пеленко В.В., Арет В.А., Ольшевский Р.Г., Зуев Н.А., Кайка А.Х., Тарабановский Ф.Б., Бобров С.В. Разработка математической модели процесса измельчения мясного сырья в волчках // Процессы и аппараты пищевых производств. 2013. № 3(17).
3. Пеленко В.В., Зуев Н.А., Ольшевский Р.Г., Азаев Р.А., Кузьмин В.В. Фундаментальные особенности процесса резания пищевых продуктов лезвийным инструментом // Процессы и аппараты пищевых производств. 2008. № 1(5).
4. Алексеев Г.В., Кравцова Е.В., Шахов А.С. Исследование возможности моделирования процесса резания в камере для измельчения фруктов и овощей // Вестник Воронежского государственного университета инженерных технологий. 2014. № 3(61). С. 28–33.
5. Агеев О.В., Фатыхов Ю.А. Совершенствование технологического оборудования для первичной обработки рыбы: опыт, проблематика, системный подход. Калининград: Изд-во Калининград. гос. техн. ун-та. 2015. 261 с.
6. Фатыхов Ю.А., Агеев О.В. Мехатроника в рыбопереработочном оборудовании. Калининград: Изд-во Калининград. гос. техн. ун-та. 2008. 279 с.
7. Вольф Т.Т. Математическое описание реологических характеристик продуктов при механизированных процессах измельчения мяса говядины // Ползуновский вестник. 2011. № 2/1. С. 214–218.
8. Солдатенков И.А. К расчету деформационной составляющей силы трения для стандартного вязкоупругого основания // Трение и износ. 2008. Том 29, № 1. С. 12–21.

9. Горячева И.Г., Маховская Ю.Ю., Морозов А.В., Степанов Ф.И. Трение эластомеров. Моделирование и эксперимент. Ижевск: Ижевский институт компьютерных исследований, 2017. 207 с.
10. Горячева И.Г. Механика фрикционного взаимодействия. Москва: Наука, 2001. 478 с.
11. Popov V.L. *Contact Mechanics and Friction. Physical Principles and Applications*. Berlin, Springer-Verlag GmbH, 2017. 391 p.
12. Агеев О.В., Наумов В.А., Фатыхов Ю.А., Самойлова Н.В. Математическое моделирование сил нормального контактного давления на наклонные грани ножа при резании рыбы // Известия Калининградского государственного технического университета. 2017. № 47. С. 80–96.
13. Фатыхов Ю.А., Агеев О.В. Математическая модель процесса резания рыбного филе дисковым ножом // Известия Калининградского государственного технического университета. 2007. № 12. С. 42–51.
14. Наумов В.А., Агеев О.В., Фатыхов Ю.А. Моделирование процесса погружения дискового ножа в пищевой материал при резании // Научный журнал НИУ ИТМО. Серия: Процессы и аппараты пищевых производств. 2017. № 2(32). С. 18–28.
15. Malkin Ya.A., Isayev A.I. *Rheology: conception, methods, and applications*. Toronto, ChemTec Publishing, 2012, 510 p.
16. Арет В.А., Николаев Б.Л., Забровский Г.П., Николаев Л.К. Реологические основы расчета оборудования производства жиросодержащих пищевых продуктов. СПб.: Изд-во СПб гос. ун-та низкотемпературных и пищевых технол. 2006. 435 с.
17. Bui H.D. *Fracture Mechanics. Inverse Problems and Solutions*. Berlin, Springer-Verlag GmbH, 2006, 375 p.
18. Косой В.Д., Виноградов Я.И., Мальшев А.Д. Инженерная реология биотехнологических сред. СПб.: ГИОРД, 2005. 648 с.

References

1. Pelenko V.V., Kuz'min V.V. Optimizatsiya formy rezhushchei kromki lezviya nozha dlya volchka pri izmel'chenii okhlazhdennogo ili defrostirovannogo myasnogo syr'ya [Optimization of form of cutting edges of edge of knife for top at crushing of cooled of defrosted meat raw material]. *News of higher education institutions. Food technology*. 2009, no. 1, pp. 95–96.
2. Pelenko V.V., Aret V. A., Ol'shevskij R.G., Zuev N.A., Kajka A.H., Tarabanovskij F.B., Bobrov S.V. Razrabotka matematicheskoi modeli protsessa izmel'cheniya myasnogo syr'ya v volchkakh [Development of the mathematical model of the chopping process of meat raw materials in the top]. *Processes and Food Production Equipment*. 2013, no. 3(17).
3. Pelenko V.V., Zuev N.A., Ol'shevskii R.G., Azaev R.A., Kuz'min V.V. Fundamental'nye osobennosti protsessa rezaniya pishchevykh produktov lezviinym instrumentom [Fundamental features of process of cutting food products by blade tool]. *Processes and Food Production Equipment*. 2008, no. 1(5).
4. Alekseev G.V., Kravtsova E.V., Shakhov A.S. Issledovanie vozmozhnosti modelirovaniya protsessa rezaniya v kamere dlya izmel'cheniya fruktov i ovoshchei [Study the possibility of modeling of the cutting process in the chamber for crushing fruit and vegetables]. *Voronezh St. University of Eng. Tech. news*, 2014, no. 3(61).
5. Ageev O.V., Fatykhov Yu.A. *Sovershenstvovanie tekhnologicheskogo oborudovaniya dlya pervichnoi obrabotki ryby: opyt, problematika, sistemnyi podkhod* [Perfection of technological equipment for primary fish processing: experience, problems, system approach]. Kaliningrad, Kaliningrad St. Tech. University Publ., 2015. 261 с.
6. Fatykhov Yu.A., Ageev O.V. *Mekhatronika v ryborazdelochnom oborudovanii* [Mechatronics in fish-cutting equipment]. Kaliningrad, Kaliningrad St. Tech. University Publ., 2008. 279 p.
7. Volf T.T. Matematicheskoe opisanie reologicheskikh harakteristik produktov pri mehanizirovannykh processah izmel'cheniya mjasa govjadiny [Mathematical description of rheological characteristics of products in mechanized processes of grinding beef meat]. *Polzunovsky Herald*. 2011, no. 2/1, pp. 214–218.
8. Soldatenkov I.A. K raschetu deformacionnoj sostavljajushhej sily treniya dlja standartnogo vjaskouprugogo osnovaniya [To calculation of the deformation component of the friction force for a standard viscoelastic base]. *Friction and wear*. 2008, vol. 29, no. 1, pp. 12–21.
9. Gorjacheva I.G., Mahovskaja Ju.Ju., Morozov A.V., Stepanov F.I. *Trenie jelastomerov. Modelirovanie i jeksperiment*. [Friction of elastomers. Simulation and experiment]. Izhevsk, Izhevsk Institute of Computer Studies Publ., 2017, 207 p.
10. Goriacheva I.G. *Mehanika frikcionnogo vzaimodejstviya* [Mechanics of frictional interaction]. Moscow, Nauka Publ., 2001, 478 p.
11. Popov V.L. *Contact Mechanics and Friction. Physical Principles and Applications*. Berlin, Springer-Verlag GmbH, 2017, 391 p.
12. Ageev O.V., Naumov V.A., Fatykhov Yu.A., Samoilova N.V. Matematicheskoe modelirovanie sil normal'nogo kontaktnogo davleniya na naklonnye grani nozha pri rezanii ryby [Mathematical simulation of forces of normal contact pressure of inclined knife edges during fish processing]. *Kaliningrad St. Tech. University news*. 2017, no. 47, pp. 80–96.

13. Fatykhov Yu.A., Ageev O.V. Matematicheskaya model' protsessa rezaniya rybnogo file diskovym nozhom [Mathematical model of the process of cutting fish fillets with a disk knife]. *Kaliningrad St. Tech. University news*. 2007, no. 12, pp. 42–51.
14. Naumov V.A., Ageev O.V., Fatykhov Yu.A., Modelirovanie protsessa pogruzheniya diskovogo nozha v pishchevoi material pri rezanii [Simulation of an elementary knife immersion depth into a material at cutting of fish]. *Processes and Food Production Equipment*. 2017, no. 2(32), pp. 18–28.
15. Malkin Ya.A., Isayev A.I. *Rheology: conception, methods, and applications*. Toronto, ChemTec Publishing, 2012, 510 p.
16. Aret V.A., Nikolaev B.L., Zabrovskii G.P., Nikolaev L.K. *Reologicheskie osnovy rascheta oborudovaniya proizvodstva zhirosoderzhashchikh pishchevykh produktov* [Rheological basis for calculating of equipment for the production of fat-containing foods]. St. Petersburg, St. Petersburg St. University of Low-Temp. and Food Tech. Publ., 2006. 435 p.
17. Bui H.D. *Fracture Mechanics. Inverse Problems and Solutions*. Berlin, Springer-Verlag GmbH, 2006, 375 p.
18. Kosoi V.D., Vinogradov Ya.I., Malyshev A.D. *Inzhenernaya reologiya biotekhnologicheskikh sred* [Engineering rheology of biotechnological environments]. St.Petersburg, GIORD Publ., 2005. 648 p.

Статья поступила в редакцию 07.11.2017