

**Моделирование процесса погружения дискового ножа в пищевой материал при резании**Д-р техн. наук **В.А. Наумов**, vladimir.naumov@klgtu.ru,канд. техн. наук **О.В. Агеев**, oleg.ageev@klgtu.ru,д-р техн. наук **Ю.А. Фатыхов**, elina@klgtu.ru*Калининградский государственный технический университет**236022, Россия, Калининград, Советский пр., 1*

Проанализированы известные математические модели процесса резания рыбы лезвием, выявлены их достоинства и недостатки. Рассмотрен процесс попутного резания рыбы дисковым ножом. Сформулирована математическая модель процесса погружения элементарного ножа в материал в виде дифференциального уравнения линии погружения в полярных координатах. Уравнение в полярных координатах решено численным методом, в результате чего построены линии погружения элементарного ножа в материал при различной окружной скорости ножа. Исследована зависимость угла фактического раздвижения материала от окружной скорости ножа, которая имеет явно выраженные максимумы при различной окружной скорости. Установлено, что с увеличением окружной скорости глубина погружения элементарного ножа в материал возрастает, а линия погружения стремится к кромке дискового ножа, что приводит к снижению КПД элементарного ножа. Это обусловлено увеличением длины силовой линии, вдоль которой действуют силы трения ножа о разрезаемый материал, в связи с чем больше энергии расходуется на преодоление сил трения. С ростом угла поворота дискового ножа угол фактического раздвижения материала увеличивается, а КПД элементарного ножа падает, что означает кинематическое затупление элементарного ножа. Элементарный нож при углах поворота от  $65^\circ$  и более кинематически трансформируется и снова заостряется. Это позволяет рекомендовать резание дисковым ножом не только в диапазоне углов от 0 до  $45^\circ$ , но и в диапазоне от  $70$  до  $90^\circ$ . Рекомендуется повышать эффективность резания рыбы путем увеличения окружной скорости дискового ножа. Также рекомендуется, задавая толщину материала и взаимное положение ножа относительно материала, осуществлять резание при минимальном угле фактического раздвижения материала.

**Ключевые слова:** производство пищевых продуктов; математические модели резания; дисковый нож; элементарный нож; глубина погружения; угол заточки; угол раздвижения материала; эффективность резания рыбы.

DOI: 10.17586/2310-1164-2017-10-2-18-28

**Simulation of an elementary knife immersion depth into a material at cutting of fish**D.Sc. **Vladimir A. Naumov**, vladimir.naumov@klgtu.ruPh.D. **Oleg V. Ageev**, oleg.ageev@klgtu.ruD.Sc. **Yuri A. Fatykhov**, elina@klgtu.ru*Kaliningrad State Technical University,**1, Sovietsky ave., Kaliningrad, 236022, Russia*

Existing mathematical models of fish cutting with a blade have been analyzed, their advantages and disadvantages having been revealed. The tail cutting of fish by disk knife has been investigated. A mathematical model of an elementary knife immersion into a material in the form of differential equation of the immersion line has been formulated in polar coordinates. The equation in polar coordinates has been solved by a numerical method that allowed constructing the lines of elementary knife immersion into the material for different knife circumferential speeds. The dependence of the actual cutting angle on the knife circumferential speed, which has pronounced maxima at different circumferential speeds, has been investigated. It is shown that, with increasing circumferential speed, the depth of elementary knife immersion into the material increases, and the immersion line tends to be near the disk knife edge, which results in a decrease in elementary knife efficiency. This results from the increase in the length of the force line along which the knife frictional forces act on the material being cut and, therefore, more energy is expended to overcome frictional forces. As the angle of rotation of the disk knife increases, the actual cutting angle increases also, and the elementary knife efficiency falls, meaning a kinematic blunting of the elementary knife. At rotation angles of from  $65^\circ$  and more, elementary knife is cinematically transformed and again sharpened, that allows to recommend cutting with a knife not only in the range of angles of from 0 to  $45^\circ$ , but also in the range of from  $70$  to  $90^\circ$ . It is recommended to increase the efficiency of fish cutting by increasing the circumferential speed of the disk knife. It is also recommended to cut the material at the minimum actual cutting angle while setting the material thickness and the relative position of the knife against the material.

**Keywords:** food production; mathematical models of cutting; disk knife; elementary knife; depth of immersion; angle of sharpening; angle of material expansion; cutting efficiency of fish.

## Введение

Рациональное использование рыбы предполагает ее ресурсосберегающую первичную обработку. При этом сырье разделяется на части – голову, филе, хвост, плавники и внутренности. В настоящее время основным процессом при разделывании рыбного сырья является резание лезвием, для осуществления которого в рыбной отрасли используются различные режущие инструменты.

Резание является технологический процессом обработки и разделения пищевого материала с нарушением его целостности, осуществляемый лезвием с целью придания материалу заданной формы, размеров и качества поверхности [1].

Наряду с пластинчатыми и ленточными ножами, в рыбообрабатывающих машинах широкое применение находят дисковые ножи, совершающие равномерно-вращательное движение. При резании дисковым ножом возможны попутное или встречное движения его кромки по отношению к направлению подачи материала.

Согласно классификации, предложенной в работе [1] при первичной обработке рыбы реализуются два режима резания: нормальное и скользящее. При нормальном резании нож вначале значительно и существенно локально уплотняет материал, а затем разрушает его, причем образуются новые поверхности реза. При этом поверхность продукта получается шероховатой, и зачастую наблюдается образование стружки. При скользящем резании режущая кромка ножа создает местное уплотнение материала, причем образуется более гладкая поверхность реза. Такой режим резания является предпочтительным при обработке рыбы.

Как следует из сказанного, качество конечного продукта и ресурсосбережение ценного рыбного сырья при резании дисковым ножом обеспечиваются за счет научно обоснованного выбора параметров процесса обработки. Учитывая это, задача математического описания процесса резания рыбы и других пищевых материалов дисковым ножом представляется несомненно актуальной.

Основные недостатки и позитивные стороны известных математических моделей процесса резания рыбы лезвием выявлены в работе [2], где осуществлен их широкий обзор и глубокий анализ. Вопросам разработки теории резания рыбного сырья посвящены работы таких авторов, как В.И. Карпов [3], В.В. Дорменко [4], С.Г. Гуревич [5], Н.И. Жилин [6], А.А. Романов [7], М.А. Якубов [8], В.М. Боркунов [9], Ю.В. Алешин [10], А. Довгялло [11] и других исследователей. Фундаментальные и специфические особенности процесса резания пищевых материалов лезвийным инструментом при различных скоростях рассмотрены В.В. Пеленко в работе [12]. Особенно глубоко вопросы теории резания лезвием исследованы в работе Н.Е. Резника [13]. Не менее значимо тонкости скользящего резания пищевых структур разобраны В.М. Хромеенковым в труде [14].

Кинематика и динамика процесса резания материалов дисковым инструментом имеет существенные и характерные отличия от кинематики и динамики резания пластинчатым и гильотинным ножами, обусловленные как формой режущей кромки, так и фактом ее вращения. В работе [15] предложена одна из математических моделей резания рыбы дисковым ножом, ставящая своей целью совершенствование аналитического описания особенностей процесса резания пищевого материала. Разработанная математическая модель вносит учет изменения эффективности процесса резания элементарным ножом и других особенностей его взаимодействия с объектом по сравнению с известными до настоящего времени аналитическими решениями. Предложенная авторами модель не только адаптирована для расчета сил резания однородных пищевых продуктов, но и может использоваться для оценки сил резания поликомпонентных и неанізотропных материалов.

Методика, разработанная для оценки величины удельной движущей силы резания элементарного ножа, изложена в работе [15]. Также в этом случае принято, что каждый элементарный нож имеет собственный коэффициент полезного действия, который зависит как от угла фактического раздвижения разрезаемого материала, так и от глубины погружения каждого элементарного ножа в деформируемый и разрезаемый объект. При этом глубина погружения элементарного ножа определяет поверхность его фрикционного взаимодействия с материалом и, соответствующую величину силы трения. Эта величина определяется как расстояние от режущей кромки лезвия ножа вдоль направления его результирующей скорости до непосредственной поверхности материала. Вследствие того, что результирующие скорости различных точек лезвия дискового ножа отличаются пропорционально радиусам, глубина погружения данного элементарного ножа может быть определена

как расстояние от кромки лезвия ножа до поверхности разрезаемого материала вдоль той кривой, касательные к которой в любой конкретной точке режущей кромки совпадают с направлениями векторов относительных скоростей ножа при внедрении в материал в этой же точке.

В связи с тем, что в работе [15] расчет линии погружения элементарного ножа в материал осуществляется графоаналитическим методом, обладающим ограниченным приближением, получается, что протяженность силовой линии фрикционных сил на поверхности ножа определяется с существенной, недопустимой погрешностью. Это приводит к неточному определению удельной силы резания элементарного ножа, КПД элементарного ножа и момента сил, приложенного к кромке дискового ножа. Для точного построения силовой линии необходима аналитическая модель процесса погружения элементарного ножа в материал. Разработка такой модели позволит определить удельную движущую силу резания элементарного ножа и рассчитать момент сил, приложенный к кромочной части дискового ножа. Кроме того, модель позволит определить функцию изменения КПД элементарного ножа, который в работе [3] принят постоянной величиной, что не соответствует физическому смыслу процесса резания. Наличие модели также необходимо для выявления зависимости КПД элементарного ножа от кинематических параметров резания.

### Математическая модель погружения элементарного ножа в материал

На рисунке 1 приведена принципиальная схема резания пищевого продукта дисковым ножом. В качестве базы исходных данных аналитического расчета параметров процесса резания приняты следующие значения определяющих величин [15]: радиус дискового ножа  $R_0$ ; значение толщины ножа  $2\delta$ ; конструктивного угла заточки лезвия ножа  $\alpha$ ; толщины разрезаемого материала  $H$ ; скорости подачи продукта  $v_p$ ; отношения окружной скорости при вращении дискового ножа  $v_0$  к скорости подачи разрезаемого материала  $v_p$  (величина  $\lambda$ ); а также расстояние  $\Delta h$ , гарантирующего осуществление сквозного прорезания материала пищевого продукта.

Перейдем к рассмотрению процесса резания объекта при осуществлении попутного движения дискового ножа относительно материала.

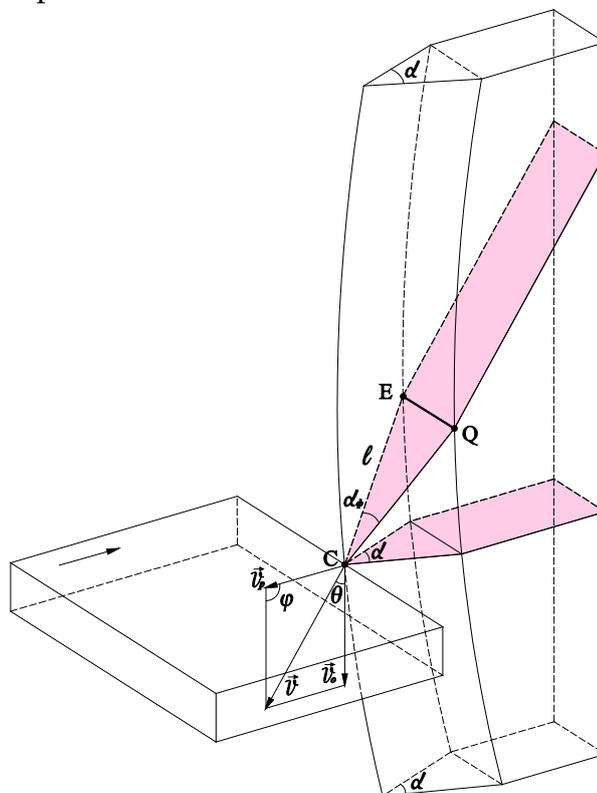


Рисунок 1 – Принципиальная геометрическая схема резания материала дисковым ножом

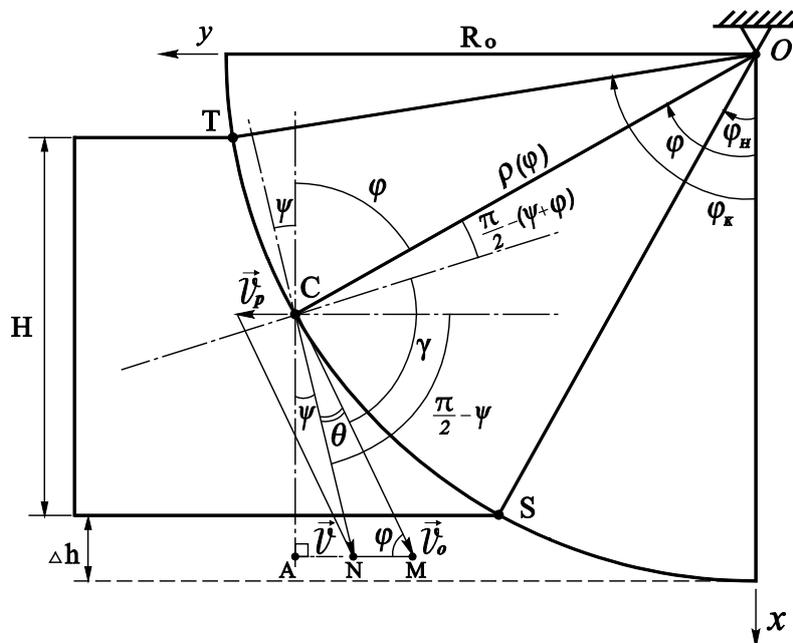


Рисунок 2 – Геометрическая схема для определения глубины погружения элементарного ножа в материал

Точка  $C$  режущей кромки элементарного ножа  $CEQ$  (рисунки 1, 2) перемещается относительно материала с результирующей скоростью, определяемой суммой векторов окружной скорости и скорости подачи продукта:

$$\vec{v} = \vec{v}_o + \vec{v}_p$$

Из рисунка 2 следует, что угол фактического раздвижения материала может быть определен по соотношению

$$\alpha_\phi = \arctg(\cos\gamma \cdot \operatorname{tg}\alpha),$$

где  $\alpha_\phi$  – кинематически трансформированный угол заточки лезвийной кромки, иначе – угол фактического раздвижения материала элементарным ножом (фактический угол резания, обусловленный кинематическим заострением элементарного ножа);

$\gamma$  – угол кинематического подъема плоскости элементарного ножа относительно плоскости неподвижного элементарного ножа ( $\angle QCS$ );

$\alpha$  – конструктивный угол двухсторонней заточки дискового ножа.

Особенность расположения линии погружения элементарного ножа в материал (так называемая силовая линия сил трения ножа о разрезаемый материал) характеризуется тем, что касательная к ней в любой точке режущей кромки совпадает с вектором результирующей скорости ножа относительно материала в этой же точке резания. Глубина погружения элементарного ножа в материал представляет собой расстояние от его режущей кромки вдоль линии погружения до поверхности материала. Перейдем к определению координаты точек этой линии для расчета глубины погружения элементарного ножа при резании.

Произвольное положение кромки элементарного ножа  $C$  определяется ее декартовыми координатами  $(x, y)$ . Также положение точки  $C$  задается ее полярными координатами  $(\rho, \varphi)$ . Соответственно,  $x = \rho(\varphi) \cdot \sin \varphi$ ,  $y = \rho(\varphi) \cdot \cos \varphi$ . Из рисунка 2 очевидно, что линия  $CN$  является касательной к линии погружения элементарного ножа в материал, а  $\angle \psi$  является углом наклона касательной к искомой линии погружения. Также  $\angle \gamma = \angle \psi + \angle \varphi$ ;  $\angle \theta = \angle(\pi/2 - \gamma)$ .

Рассмотрим треугольник  $\Delta CAM$  (рисунок 3). Из треугольников  $\Delta CAN$  и  $\Delta CNM$  видно, что  $\angle(\psi + \theta) = \angle(\pi/2 - \varphi)$ . По теореме косинусов получим:

$$v^2 = v_o^2 + v_p^2 - 2 \cdot v_o v_p \cdot \cos \varphi; \tag{1}$$

$$v_p^2 = v_o^2 + v^2 - 2 \cdot v_o v \cdot \cos \theta; \tag{2}$$

$$v_o^2 = v^2 + v_p^2 - 2 \cdot v \cdot v_p \cdot \cos(\pi/2 + \psi). \tag{3}$$

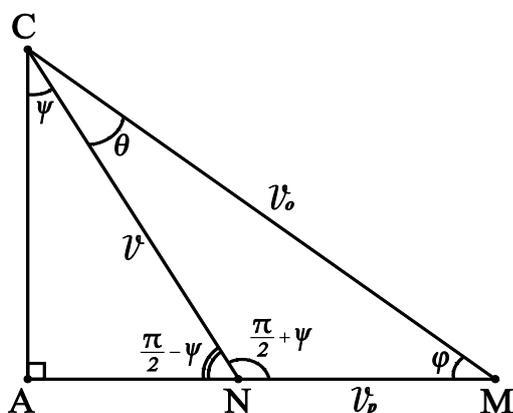


Рисунок 3 – Треугольник скоростей элементарного ножа в материале

Перейдем к безразмерным скоростям точки  $C(x, y)$  :

$$\tilde{v}_o = v_o/v_p = \lambda; \tilde{v} = v/v_p; \tilde{v} = v_p/v_p = 1. \tag{4}$$

С учетом (4) преобразуем выражения (1) – (3) к следующему виду:

$$\tilde{v}^2 = \lambda^2 + 1 - 2 \cdot \lambda \cdot \cos \varphi; \tag{5}$$

$$1 = \lambda^2 + \tilde{v}^2 - 2 \cdot \lambda \cdot \tilde{v} \cdot \cos \theta;$$

$$\lambda^2 = \tilde{v}^2 + 1 - 2 \cdot \tilde{v} \cdot \cos(\pi/2 + \psi). \tag{6}$$

Поскольку  $\cos(\pi/2 + \psi) = \cos(\pi/2)\cos\psi - \sin(\pi/2)\sin\psi = -\sin\psi$ , то:

$$\lambda^2 = \tilde{v}^2 + 1 + 2 \cdot \tilde{v} \cdot \sin\psi.$$

Из (5) получим  $\tilde{v} = \sqrt{\lambda^2 + 1 - 2 \cdot \lambda \cdot \cos\varphi}$  и подставим в (6):

$$\lambda^2 = (\lambda^2 + 1 - 2 \cdot \lambda \cdot \cos\varphi) + 1 + 2 \cdot \sqrt{\lambda^2 + 1 - 2 \cdot \lambda \cdot \cos\varphi} \cdot \sin\psi,$$

откуда

$$\sin\psi = \frac{\lambda \cos\varphi - 1}{\sqrt{\lambda^2 + 1 - 2 \cdot \lambda \cdot \cos\varphi}}; \cos\psi = \frac{\lambda \sin\varphi}{\sqrt{\varphi^2 + 1 - 2 \cdot \lambda \cdot \cos\varphi}},$$

$$\operatorname{tg}\psi = \frac{\lambda \cos\varphi - 1}{\lambda \sin\varphi}.$$

Запишем дифференциальное уравнение искомой линии погружения элементарного ножа в материал в декартовых координатах

$$y' = \frac{dy}{dx} = \operatorname{tg}(-\psi) = -\left(\operatorname{ctg}\varphi - \frac{1}{\lambda \cdot \sin\varphi}\right) = -\operatorname{ctg}\varphi + \frac{1}{\lambda} \cdot \operatorname{cosec}\varphi.$$

Перейдем от декартовых координат точки  $C$  к полярным координатам с учетом  $x = \rho(\varphi) \cdot \sin\varphi$ ,  $y = \rho(\varphi) \cdot \cos\varphi$

$$\frac{dx}{d\varphi} = \rho' \cdot \cos\varphi - \rho \cdot \sin\varphi \quad \frac{dy}{d\varphi} = \rho' \cdot \sin\varphi + \rho \cdot \cos\varphi. \quad (7)$$

Из (7) следует, что

$$y' = \frac{dy}{dx} = \frac{\rho' \cdot \cos\varphi - \rho \cdot \sin\varphi}{\rho' \cdot \sin\varphi + \rho \cdot \cos\varphi} = -\operatorname{ctg}\varphi + \frac{1}{\lambda} \cdot \operatorname{cosec}\varphi,$$

$$\rho' \cdot \cos\varphi - \rho \cdot \sin\varphi = \left(-\operatorname{ctg}\varphi + \frac{\operatorname{cosec}\varphi}{\lambda}\right) \cdot (\rho' \cdot \sin\varphi + \rho \cdot \cos\varphi). \quad (8)$$

Таким образом, из выражения (8) получим дифференциальное уравнение искомой линии погружения элементарного ножа в материал в полярных координатах

$$\rho' = \rho \frac{\cos\varphi + \left(-\operatorname{ctg}\varphi + \frac{\operatorname{cosec}\varphi}{\lambda}\right) \sin\varphi}{\left(-\operatorname{ctg}\varphi + \frac{\operatorname{cosec}\varphi}{\lambda}\right) \cos\varphi - \sin\varphi}. \quad (9)$$

Преобразуем выражение (9) к следующему виду

$$\rho' = \frac{\rho}{\operatorname{ctg}\varphi \cdot (1 - \lambda \cdot \cos\varphi) - \lambda \cdot \sin\varphi}. \quad (10)$$

К дифференциальному уравнению первого порядка (10) задается только одно граничное условие, в нашем случае

$$\rho(\varphi_n) / R_0 = 1. \quad (11)$$

Все остальные значения, в том числе  $\rho(\varphi_k)$ , находятся из решения дифференциального уравнения.

Начальное  $\rho_n(\varphi_n)$  и конечное  $\rho_k(\varphi_k)$  значения полярной координаты  $\rho(\varphi)$  точки  $C$ , то есть полярные координаты начала и конца линии погружения элементарного ножа в материал, в зависимости от толщины и положения материала согласно рисунку 2 удовлетворяют следующим выражениям

$$\rho_n \cos\varphi_n = R_0 - \Delta h; \quad \rho_k \cos\varphi_k = R_0 - H - \Delta h.$$

Для любого элементарного ножа, независимо от его положения, построение линии погружения проводится от его кромки вверх – до поверхности материала. Это означает, что для произвольного элементарного ножа граничное условие при построении линии его погружения  $\rho_n(\varphi_n) = R_0 = 1$ . Построение ведется путем численного решения дифференциального уравнения (10), причем форма кривой определяется углом  $\varphi$  и значением  $\lambda$ , то есть форма кривой не зависит от выбора кромки элементарного ножа на дисковом ноже. В построении линий погружения

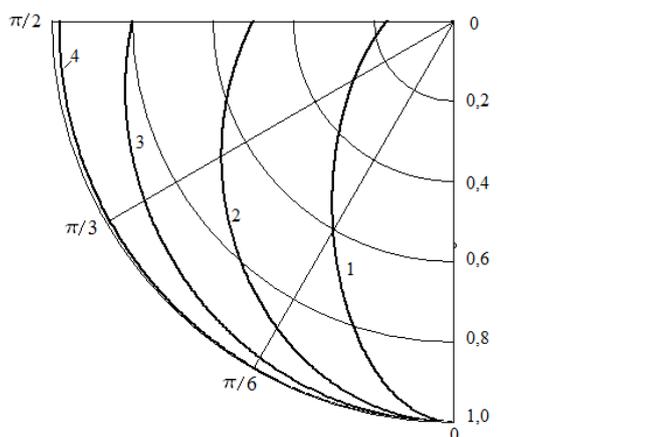
вне материала физический смысл отсутствует. С учетом этого задача Коши (10)–(11) решена численным методом. Результаты решения при различных значениях  $\lambda$  приведены ниже на рисунках 4–7.

### Результаты

На рисунке 3 показаны линии погружения элементарного ножа в материал для различных значений отношения скоростей  $\lambda$ , наложенные на дисковый нож единичного радиуса. При этом,  $H = 2R_0$ ;  $\Delta h = 0$ . При  $\Delta h = 0$  из (10) следует, что  $\varphi_n = 0$ ,  $\rho_n = R_0$ . Однако в этой точке дифференциальное уравнение не имеет решения, поэтому принимается граничное условие  $\rho(\varepsilon)/R_0 = 1$ , где  $\varepsilon$  – малая величина.

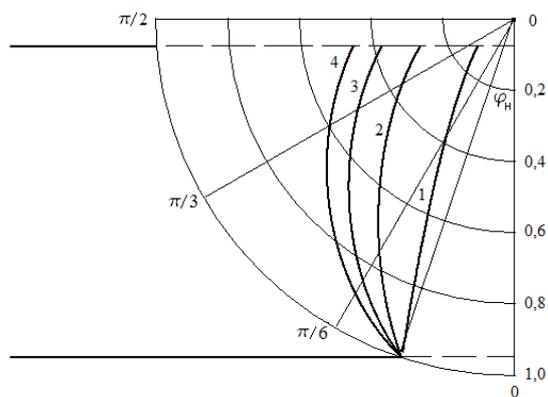
На рисунках 4–6 показаны линии погружения элементарного ножа в материал для различных значений отношения скоростей  $\lambda$  при  $H < R_0$ ;  $0 < \Delta h < R_0$ ;  $\Delta h/R_0 = 0,05$ ;  $\varphi_n = \arccos(1 - \Delta h/R_0)$ . Граничное условие  $\rho(\varphi_n) = 1$ .

На рисунке 7 показана зависимость угла  $\theta$  ( $\angle NCM$  на рисунке 2) от угла поворота элементарного ножа  $\varphi$  при различных значениях  $\lambda$ . На рисунке 8 приведена зависимость угла фактического раздвижения материала  $\alpha_\phi$  от угла поворота  $\varphi$  элементарного ножа.



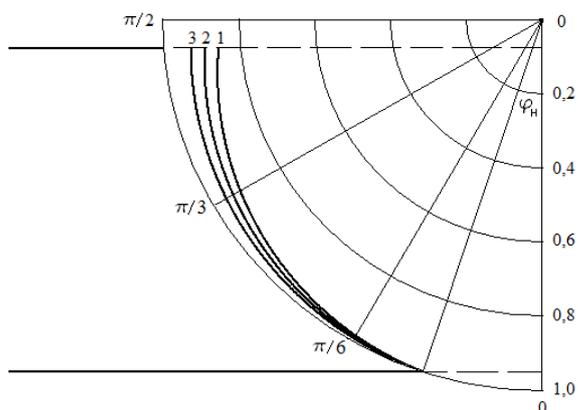
Линия 1 –  $\lambda = 1,2$ ; 2 –  $\lambda = 2$ ; 3 –  $\lambda = 5$ ; 4 –  $\lambda = 50$

Рисунок 4 – Линии погружения ножа в материал при  $H=R_0$ ,  $\Delta h=0$



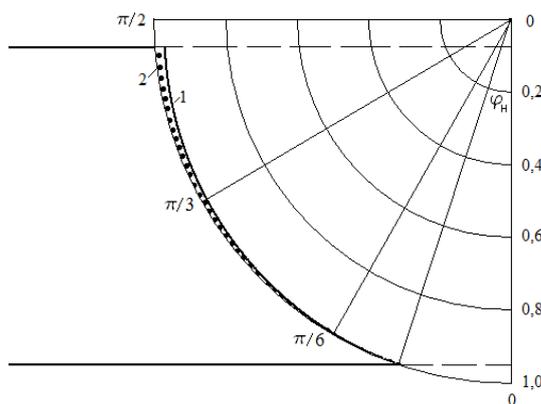
Линия 1 –  $\lambda = 1$ ; 2 –  $\lambda = 1,2$ ; 3 –  $\lambda = 1,4$ ; 4 –  $\lambda = 1,6$

Рисунок 5 – Линии погружения ножа в материал при малых значениях  $\lambda$



Линия 1 –  $\lambda = 6$ ; 2 –  $\lambda = 8$ ; 3 –  $\lambda = 12$

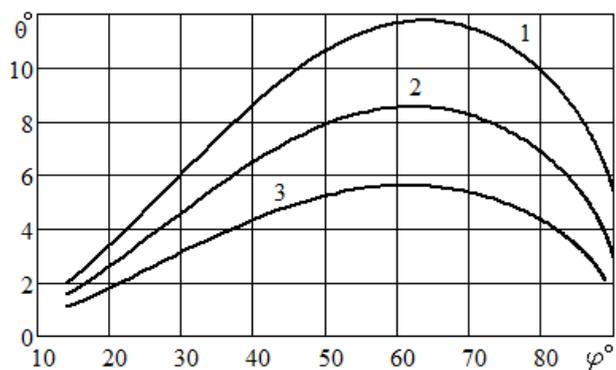
Рисунок 6 – Линии погружения ножа в материал при средних значениях  $\lambda$



Линия 1 –  $\lambda = 30$ ; 2 –  $\lambda = 100$

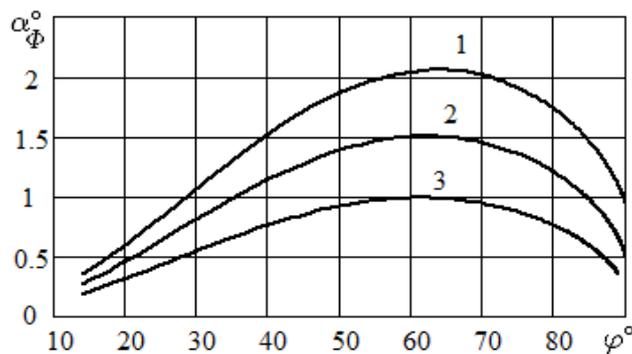
Рисунок 7 – Линии погружения ножа в материал при больших значениях  $\lambda$

На рисунке 9 приведен контурный график зависимости угла фактического раздвижения материала  $\alpha_\phi$  от отношения скоростей  $\lambda$  и угла поворота  $\varphi$  элементарного ножа.



Линия 1 –  $\lambda = 8$ ; 2 –  $\lambda = 10$ ; 3 –  $\lambda = 14$

Рисунок 8 – Зависимость угла  $\theta$  от угла поворота  $\varphi$  элементарного ножа при различных значениях  $\lambda$



Линия 1 –  $\lambda = 8$ ; 2 –  $\lambda = 10$ ; 3 –  $\lambda = 14$

Рисунок 9 – Зависимость угла фактического раздвижения материала  $\alpha_\phi$  от угла поворота  $\varphi$  элементарного ножа при различных значениях  $\lambda$

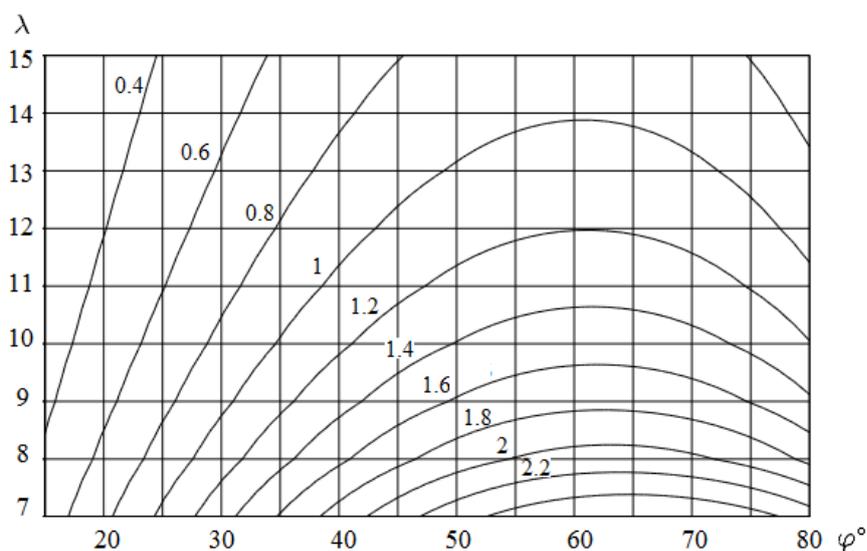


Рисунок 10 – Зависимость угла фактического раздвижения материала  $\alpha_\phi$  от отношения скоростей  $\lambda$  и угла поворота  $\varphi$  элементарного ножа

### Обсуждение результатов

Линия погружения элементарного ножа в материал представляет собой плавную кривую линию, которая при больших  $\lambda$  стремится к окружности режущей кромки ножа по мере его продвижения к нижней поверхности материала.

Построены линии погружения и исследована зависимость глубины погружения элементарного ножа в материал от отношения скоростей  $\lambda$ . Из результатов моделирования (рисунки 4–7) следует, что с увеличением  $\lambda$  глубина погружения элементарного ножа в материал возрастает, что согласно [12] приводит к снижению КПД элементарного ножа. Это обусловлено увеличением длины силовой линии, вдоль которой действуют силы трения ножа о разрезаемый материал, в связи с чем больше энергии расходуется на преодоление сил трения.

При этом при увеличении  $\lambda$  в диапазоне больших значений (от 30 до 100) линия погружения элементарного ножа увеличивается незначительно (рисунок 7), практически достигая максимума на кромке дискового ножа. Вместе с тем, увеличение  $\lambda$  в диапазоне малых и средних значений (от 1 до 15) приводит к существенному увеличению глубины погружения элементарного ножа в материал (рисунки 5, 6), что показывает заметное снижение его КПД при небольших изменениях  $\lambda$ .

Линии зависимостей углов  $\theta$  и  $\alpha_\phi$  от угла поворота  $\varphi$  элементарного ножа при различных значениях  $\lambda$  (рисунки 8, 9) имеют явно выраженные максимумы, которые соответствуют минимальному значению КПД элементарного ножа. В работе [3] рекомендуется осуществлять резание дисковым ножом

при угле  $\varphi_{\max}$  от 35 до 45°, что определялось толщиной разрезаемого материала. Это обусловлено тем, что с ростом угла  $\varphi$  угол фактического раздвижения материала  $\alpha_{\varphi}$  увеличивается, а КПД элементарного ножа падает (элементарный нож испытывает кинематическое затупление). Однако, как следует из результатов моделирования (рисунки 8–10), элементарный нож при угле  $\varphi$  от 65° и более кинематически трансформируется и снова заостряется. Это позволяет рекомендовать резание дисковым ножом не только в диапазоне углов  $\varphi$  от 0 до 45°, но и в диапазоне от 70 до 90°, что особенно важно при установке дискового ножа на исполнительный орган мехатронного устройства. Как видно из рисунка 7, с увеличением  $\lambda$  угол фактического раздвижения материала  $\alpha_{\varphi}$  снижается, что говорит о кинематическом заострении элементарного ножа при увеличении окружной скорости диска.

На рисунке 8 приведен контурный график, на основе которого возможно определить рациональные режимы резания дисковым ножом. Из результатов моделирования следует, что повышать эффективность резания рыбы следует по следующим направлениям:

1. увеличение окружной скорости дискового ножа (увеличение  $\lambda$ ). При этом следует учитывать, что по данным В.М. Боркунова [9], значительное увеличение окружной скорости ножа приводит к ухудшению качества поверхности реза рыбы;

2. задавая толщину материала и взаимное положение ножа относительно материала, выбирать угол  $\varphi$  таким (рисунок 10), чтобы резание осуществлялось при минимальном угле фактического раздвижения материала  $\alpha_{\varphi}$ .

### Заключение

Разработана математическая модель погружения элементарного ножа в материал в виде дифференциальных уравнений линии погружения в декартовых и полярных координатах. Уравнение в полярных координатах решено численным методом, в результате чего построены линии погружения элементарного ножа в материал при малых, средних и больших значениях  $\lambda$ . При увеличении  $\lambda$  в диапазоне больших значений (от 30 до 100) линия погружения элементарного ножа увеличивается незначительно, практически достигая максимума на кромке дискового ножа. Вместе с тем, увеличение  $\lambda$  в диапазоне малых и средних значений (от 1 до 15) приводит к существенному увеличению глубины погружения, что показывает заметное снижение его КПД при небольших изменениях  $\lambda$ . Разработанная математическая модель создает практическую основу для точного расчета сил сопротивлений резанию и момента сил при резании материала дисковым ножом.

Линии зависимостей углов  $\theta$  и  $\alpha_{\varphi}$  от угла поворота  $\varphi$  элементарного ножа при различных значениях  $\lambda$  имеют явно выраженные максимумы, которые соответствуют минимальному значению КПД элементарного ножа и максимальному значению вредных сил сопротивления. С увеличением  $\lambda$  угол фактического раздвижения материала  $\alpha_{\varphi}$  снижается, что говорит о кинематическом заострении элементарного ножа при увеличении окружной скорости диска. Выявлена зона кинематического заострения элементарного ножа, ранее не описанная в известных работах. Рекомендуется осуществлять резание рыбы дисковым ножом не только в диапазоне углов  $\varphi$  от 0 до 45°, но и в диапазоне от 70 до 90°, что особенно важно при установке дискового ножа на исполнительный орган мехатронных устройств. Также рекомендуется избегать резания при встрече дискового ножа с материалом на углах от 45 до 70°, поскольку это приводит к ухудшению поверхности реза и увеличению вредных сил сопротивления. При  $\lambda = 8$  угол фактического раздвижения материала  $\alpha_{\varphi}$  составляет 2,1°; при  $\lambda = 10$   $\alpha_{\varphi} = 1,52^\circ$ ; при  $\lambda = 14$   $\alpha_{\varphi} = 1^\circ$ . С учетом значения конструктивного угла заточки в 15–20° это демонстрирует существенное кинематическое заострение дискового ножа при увеличении его окружной скорости. Для увеличения эффективности резания рекомендуется увеличивать окружную скорость дискового ножа и за счет изменения условий резания обеспечивать минимальный угол фактического раздвижения материала.

Основные направления дальнейших исследований следующие: определение адгезионной и деформационной составляющих силы трения, приложенной к боковой поверхности элементарного ножа; получение аналитических выражений для определения удельной силы резания элементарным

ножом и момента сил, приложенного к кромочной части дискового ножа; получение аналитического выражения для КПД элементарного ножа.

### Литература

1. Даурский А.Н., Мачихин Ю.А. Резание пищевых материалов: теория процесса, машины, интенсификация. М.: Пищевая промышленность, 1980. 240 с.
2. Фатыхов Ю.А., Агеев О.В. Мехатроника в рыбообделочном оборудовании. Калининград: Изд-во Калининградского гос. техн. ун-та, 2008. 279 с.
3. Карпов В.И. Силы полезных сопротивлений, возникающие при резании рыбного сырья (теория резания). Калининград: Изд-во Калининградского техн. ин-та рыбной пром-ти и хоз-ва, 1971. 66 с.
4. Дорменко В.В. Динамические расчеты основных узлов рыбообделочных машин. М.: Рыбное хозяйство, 1959. 64 с.
5. Гуревич С.Г. К вопросу об определении удельных усилий резания рыбы // Рыбное хозяйство. 1965. № 12. С. 45–47.
6. Жилин Н.И. Некоторые закономерности процесса резания рыб // Рыбное хозяйство. 1966. № 12. С. 65–67.
7. Романов А.А. Удельные усилия резания рыбы и геометрия режущего инструмента рыбообделочной машины // Рыбное хозяйство. 1963. № 12. С. 51–55.
8. Якубов М.А. Влияние угловых параметров ножа на усилие резания рыбы // Рыбное хозяйство. 1964. № 7. С. 75–77.
9. Боркунов В.М. Метод определения качества поверхности среза рыбы // Рыбное хозяйство. 1969. № 10. С. 60–61.
10. Алешин Ю.В. Основы процесса резания мороженой рыбопродукции. Владивосток: Дальрыбвтуз, 1998. 92 с.
11. Dowgiało A. Siły cięcia w obróbce ryb. Gdynia, Morski Instytut Rybacki, 2002. 117 p.
12. Пеленко В.В., Зуев Н.А., Ольшевский Р.Г., Азаев Р.А., Кузьмин В.В. Фундаментальные особенности процесса резания пищевых продуктов лезвийным инструментом // Процессы и аппараты пищевых производств. 2008. № 1(5).
13. Резник Н.Е. Теория резания лезвием и основы расчета режущих аппаратов. М.: Машиностроение, 1975. 311 с.
14. Хромеев В.М. Моделирование режущей кромки ножа при скользящем резании пищевых материалов // Известия высших учебных заведений. Пищевая технология. 1997. № 4–5. С. 65–67.
15. Фатыхов Ю.А., Агеев О.В. Математическая модель процесса резания рыбного филе дисковым ножом // Известия Калининградского гос. техн. ун-та. 2007. № 12. С. 42–51.

### References

1. Daurskii A.N., Machikhin Yu.A. *Rezanie pishchevykh materialov: teoriya protsesssa, mashiny, intensifikatsiya* [Cutting of food materials: the theory of process, machines, intensification]. Moscow, Food industry Publ., 1980, 240 p.
2. Fatykhov Yu.A., Ageev O.V. *Mekhatronika v ryborazdelochnom oborudovanii* [Mechatronics in fish-cutting equipment]. Kaliningrad, Kaliningrad St. Tech. University Publ., 2008, 279 p.
3. Karpov V.I. *Sily poleznykh soprotivlenii, vznikayushchie pri rezanii rybnogo syr'ya (teoriya rezaniya)* [The forces of utility resistance, nascent by cutting fish raw material (the theory of cutting)]. Kaliningrad, Fish Industry and Fisheries Tech. Institute Publ., 1971, 66 p.
4. Dormenko V.V. *Dinamicheskie raschety osnovnykh uzlov ryborazdelochnykh mashin* [Dynamic calculation of main parts of fish-cutting machines]. Moscow, Fisheries Publ., 1959, 64 p.
5. Gurevich S.G. K voprosu ob opredelenii udel'nykh usilii rezaniya ryby [On the issue of determining the specific forces of fish cutting]. *Fisheries*. 1965, no. 12, pp. 45–47.
6. Zhilin N.I. Nekotorye zakonomernosti protsesssa rezaniya ryb [Some regularities of fish cutting process]. *Fisheries*. 1966, no. 12, pp. 65–67.
7. Romanov A.A. Udel'nye usiliya rezaniya ryby i geometriya rezhushchego instrumenta ryborazdelochnoi mashiny [Specific forces of cutting of fish and geometry of cutting tool of a fish-cutting machine]. *Fisheries*. 1963, no. 12, pp. 51–55.
8. Yakubov M.A. Vliyanie uglovykh parametrov nozha na usilie rezaniya ryby [Influence of angular parameters of knife on force of cutting of fish]. *Fisheries*. 1964, no. 7, pp. 75–77.
9. Borkunov V.M. Metod opredeleniya kachestva poverkhnosti sreza ryby [Method for determining the quality of fish cut surface]. *Fisheries*. 1969, no. 10, pp. 60–61.
10. Aleshin Yu.V. *Osnovy protsesssa rezaniya morozhenoi ryboproduktsii* [The fundamentals of process of cutting frozen fish products]. Vladivostok, Dal'rybvuz Publ., 1998, 92 p.
11. Dowgiało A. *Sily cięcia w obróbce ryb* [Cutting forces by fish processing]. Gdynia, Marine Fisheries Research Institute Publ., 2002, 117 p.

12. Pelenko V.V., Zuev N.A., Ol'shevskii R.G., Azaev R.A., Kuz'min V.V. Fundamental'nye osobennosti protsessa rezaniya pishchevykh produktov lezviinym instrumentom [Fundamental features of process of cutting food products by blade tool]. *Processes and Food Production Equipment*. 2008, no. 1(5).
13. Reznik N.E. *Teoriya rezaniya lezviem i osnovy rascheta rezhushchikh apparatov* [The theory of blade cutting and the basis for calculation cutting devices]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1975, 311 p.
14. Khromeenkov V.M. Modelirovanie rezhushchei kromki nozha pri skol'zyashchem rezanii pishchevykh materialov [Simulation of the cutting edge of a knife with sliding cutting of food materials]. *News of higher education institutions. Food technology*. 1997, no. 4–5, pp. 65–67.
15. Fatykhov Yu.A., Ageev O.V. Matematicheskaya model' protsessa rezaniya rybnogo file diskovym nozhom [Mathematical model of the process of cutting fish fillets with a disk knife]. *Kaliningrad St. Tech. University news*. 2007, no. 12, pp. 42–51.

Статья поступила в редакцию 16.05.2017