

УДК 66-963

## Разработка конструкции матрицы для динамической экструзии и ее математическое обоснование

Д-р техн. наук Г.В. Алексеев, gva2003@mail.ru  
 магистрант О.И. Аксенова, oksi280491@yandex.ru

Университет ИТМО  
 191002, Россия, Санкт-Петербург, ул. Ломоносова, д. 9

*В данной статье описана новая конструкция матрицы для динамической экструзии пищевых продуктов питания, состоящая из двух соосно расположенных металлических цилиндров с отверстиями различной конфигурации. Также в статье представлен математический аппарат, описывающий основные варьируемые параметры для динамических матриц данной конструкции. Большинство экструдированных продуктов питания производится из текстуратов, полученных с помощью термопластической экструзии. Однако для получения продуктов с заданными технологическими свойствами этим методом, требуется введение таких дополнительных технологических операций в производственную линию, как измельчение и сортировка, что значительно увеличивает материальные и временные затраты.*

*Для решения данной проблемы разработана конструкция матрицы для динамической экструзии, которая позволяет, варьируя угол наклона отверстий разгрузочного цилиндра к горизонтальной плоскости, достичь максимальной эффективности экструзионного процесса. Выведенные в статье в общем виде математические зависимости дают возможность выбрать оптимальные конструкционные параметры матрицы для текстуратов заданного состава и определенных технологических режимов обработки с целью снижения производственных затрат.*

**Ключевые слова:** термопластическая экструзия; динамическая экструзия; текстураты; динамические матрицы; математическое обоснование; изменение кинетического момента.

## Development of a design matrix for the dynamic extrusion and its mathematical foundation

Ph.D. Gennady V. Alekseev, gva2003@mail.ru  
 master Olga I. Akseonova, oksi280491@yandex.ru

ITMO University  
 191002, Russia, St. Petersburg, Lomonosova st., 9

*This article describes the new design template for dynamic extrusion food supply consisting of two coaxial metal cylinders with holes of various configurations. Also in the article analyzed the mathematical formalism describing the main variable parameters for the dynamic matrix of the structure.*

*Most extruded food now produced from textured obtained using thermoplastic extrusion. However, such a method for producing products with given technological properties requires the introduction of additional process steps in the production line. Such operations are grinding and sorting, which in turn, increases the material and time costs. To resolve this problem in the suggested use of dynamic extrusion dies. Developed in this papermaking matrix for dynamic extrusion allows varying the angle of inclination of the discharge orifices of the cylinder to the horizontal plane to achieve maximum efficiency of the extrusion process. The derived in an article in the form of mathematical relationships generally allow you to choose the optimal design parameters of the matrix, for a given composition and textured certain technological modes of processing, in order to reduce production costs.*

**Keywords:** thermoplastic extrusion; extrusion dynamic; tekstruraty dynamic matrix; mathematical basis; the change in angular momentum.

Основным направлением развития пищевой промышленности в настоящее время является интенсификация производственных процессов, в ходе которых происходит изменение физико-химических свойств исходного сырья под действием рабочих органов аппаратов. Одним из таких процессов является экструзия [1].

Широкое распространение оборудование для экструзии пищевых продуктов и сам способ производства приобрели в 30-х годах XX века. При экструзионной обработке происходит явное уменьшение влаги в продукте в результате резкого снижения давления и температуры [2]. В результате происходят физико-химические превращения основных макронутриентов сырья, что обеспечивает высокую пищевую ценность данных продуктов питания. Кратковременность тепловой обработки позволяет аминокислотам не расщепляться, при этом времени и теплового режима экструзии достаточно для разрушения вторичных связей в белковых молекулах. Природные стабилизаторы (лецитин и токоферолы) сохраняют свою активность в процессе экструзии, а ферменты, вызывающие прогоркание масел (липаза), разрушаются. Клетчатка в экструзионном процессе измельчается, а крахмал желатинируется. Таким образом, в процессе экструзии повышается стабильность жиров, увеличивается доступность аминокислот, повышается перевариваемость пищевых волокон и усвояемость сложных углеводов.

Преобразование структуры сырья в экструзионном процессе позволяет получать продукты с повышенными органолептическими (улучшенные вкусовые качества, отсутствие неприятного запаха, однородность структуры продукта) и физиологическими (стерильность продукта, минимальный отрицательный эффект обработки) характеристиками [3, 4].

Большинство экструдированных продуктов питания производится из текстуратов, полученных методами термопластической экструзии. Однако технологические требования, предъявляемые к данным текстуратам, требуют их дальнейшей обработки на измельчительном и сортировочном оборудовании. Это обусловлено неспособностью термопластической экструзии обеспечить заданный размер частиц текстурированной смеси. В связи с этим появляется необходимость разработки формирующих устройств экструзионного оборудования, обеспечивающих большую эффективность при производстве текстуратов экструдированных продуктов питания. Эту проблему позволяет решить использование динамических матриц экструдеров [5].

В данной статье предложена новая конструкция матрицы для динамической экструзии пищевых продуктов питания, а также разработан математический аппарат, позволяющий проектировать конструкции таких матриц с наибольшей эффективностью.

Конструкция разработанной матрицы для динамической экструзии представлена на рисунке 1.

Матрица для динамической экструзии представлена в виде двух металлических цилиндров (*1*, *2*), одинакового диаметра, расположенных на одной оси. Нижний неподвижный цилиндр *2* имеет четыре отверстия круглого сечения, расположенные параллельно оси. Верхний подвижный цилиндр *1* имеет два отверстия криволинейной формы, расположенных под углом  $\alpha$  к плоскости прессования. Для неподвижного крепления верхний матрицы на оси предусмотрен шпоночный паз (вид В-В, рисунок 1), для фиксации матрицы в корпусе экструдера нижний (разгрузочный) цилиндр имеет выступы (вид Г-Г, рисунок 1).

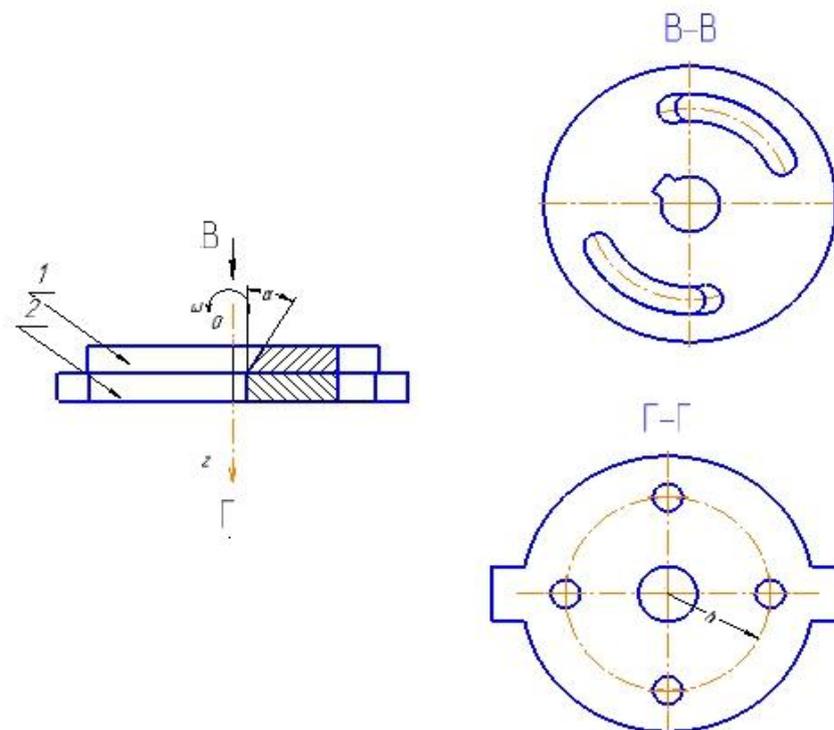


Рисунок 1 – Матрица для динамической экструзии

Нижний цилиндр вращается с определенной угловой скоростью  $\omega$ . Таким образом, выпрессовывание текстурата через динамическую матрицу экструдера возможно только через два отверстия в момент времени  $t$  когда отверстия двух матриц совпадают. Текстурированная сырьевая смесь, нагнетаемая шнеком экструдера, поступает в отверстия верхнего цилиндра, и заполняет их, до момента пока отверстия нижний матрицы не совпадут с отверстиями верхней матрицы. В этот момент смесь продавливается через два отверстия нижнего цилиндра. При дальнейшем угле поворота совпадет другая пара отверстий матрицы, и процесс повторяется. Таким образом, проходное сечение матрицы остается постоянным, следовательно, давление в нагнетаемой полости экструдера остается тоже постоянным, что позволит получить продукт с одинаковыми физико-механическими свойствами.

Экструзионный процесс рассматривается как один из видов процессов прессования. Во время него происходит продавливание сырьевой смеси через формующие головки матриц при заданном технологическом режиме [6]. Основные факторы, влияющие на процесс экструзии, характеризуют физико-механические свойства пищевого продукта с точки зрения его прессуемости. К ним относятся: модуль прессуемости, коэффициент бокового давления, плотность продукта, его влажность и температура, гранулометрический состав продукта [7].

Условия прессования зависят от удельного давления прессования, трения продукта о рабочие органы машины, величина которого зависит от свойств материала и состояния поверхности рабочих органов; формы получаемого прессуемого материала и соотношения его размеров; режима прессования (циклический или непрерывный); площади поверхности прессуемого материала, к которому приложено уплотняющее давление [8, 9].

Рассмотрим динамическую матрицу разработанной конструкции как кинематическую систему. По теореме об изменении главного момента количества движений механической системы (об изменении кинетического момента) можно записать:

$$\frac{d\vec{K}_O}{dt} = \sum_{k=1}^n m_{e m_O} (\vec{F}_k^e),$$

где  $\vec{K}_O$  – кинетический момент механической системы,

$t$  – время, за которое изменяется кинетический момент механической системы,

$\sum_{k=1}^n m_{e m_O} (\vec{F}_k^e)$  – геометрическая сумма всех моментов внешних (коэффициент  $e$ ) сил системы относительно центра  $O$  [10].

Спроектируем данное уравнение на координатные оси. Расположение координатных осей, углов и силы  $F$  представлено на рисунке 2.

В проекции на ось  $Oz$ :

$$\frac{dK_z}{dt} = \sum_{k=1}^n m_z(F_k^e).$$

Кинетический момент относительно оси  $Oz$  можно представить в виде произведения момента инерции тела относительно этой оси на угловую скорость тела:

$$K_z = J_z \omega,$$

где  $\omega$  – угловая скорость вращения тела,

$J_z$  – момент инерции тела относительно оси  $Oz$  (величина, характеризующая инертность тела при вращательном движении) [11, 12].

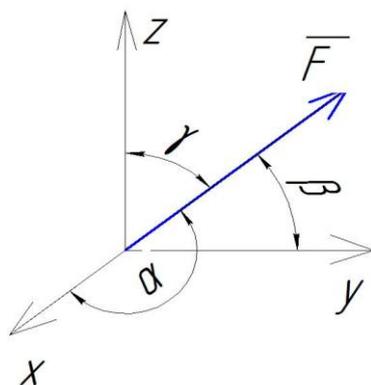


Рисунок 2 – Расположение координатных осей

Подставив данное выражение в уравнение, получим:

$$J_z \frac{d\omega}{dt} = \sum_{k=1}^n m_z(F_k^e).$$

Раскрывая сумму моментов внешних сил системы относительно оси  $Oz$ :

$$J_z(d\omega/dt) = m_z(F_{mp}) + m_z(F),$$

где  $F_{mp}$  – сила трения.

Спроектировав силу  $F$  на координатные оси, получим (рис. 2):

$$\begin{aligned} F_x &= F \cos \alpha \\ F_y &= F \cos \beta \\ F_z &= F \cos \gamma. \end{aligned}$$

Так как проекция силы  $F$  на ось  $y$  пересекает ось  $Oz$ , момент этой силы на ось будет равен нулю:

$$m_z(F_y) = 0.$$

Так как проекция силы  $F$  на ось  $z$  параллельна оси  $Oz$ , момент этой силы на ось будет равен нулю:

$$m_z(F_z) = 0.$$

Момент силы  $F_x$  на ось  $Oz$ , будет равен:

$$m_z(F_x) = F_x h,$$

где  $h$  – расстояние от оси вращения до центра отверстий верхнего цилиндра (рисунок 1).

Подставляя полученные проекции, получим:

$$J_z \frac{d\omega}{dt} = F_x h.$$

Проинтегрируем данное выражение от начального момента времени  $t_0=0$  до  $t$ , от начальной скорости вращения  $\omega_0=0$ , до скорости проведения процесса  $\omega$

$$J_z \int_{\omega_0}^{\omega} d\omega = F_x h \int_{t_0}^t dt,$$

получим:

$$J_z \omega = F_x h t.$$

Момент инерции цилиндров относительно оси вращения  $Oz$  может быть представлен как разница моментов инерции относительно оси вращения  $Oz$  цельного тела цилиндрической формы и момента инерции относительно оси произвольного направления отверстий (рисунок 3), так как цилиндры динамической матрицы представляют собой тела сложной конфигурации [13]:

$$J_z = J_{\delta z} + J_{omz}.$$

Момент инерции относительно оси произвольного направления отверстий:

$$J_{omz} = J_{x1} \cos^2 \alpha + J_{y1} \cos^2 \beta + J_{z1} \cos^2 \gamma - 2J_{x1y1} \cos \alpha \cos \beta - 2J_{y1z1} \cos \beta \cos \gamma - 2J_{x1z1} \cos \alpha \cos \gamma$$

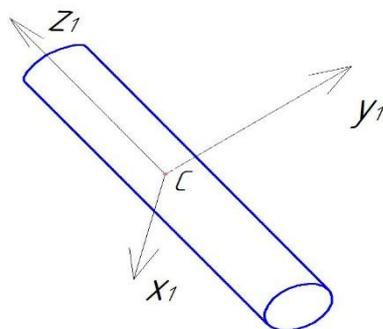


Рисунок 3 – Расположение вспомогательных координатных осей, при рассмотрении отверстий нижнего цилиндра,  $C$  – центр масс фигуры

Так как оси  $x_1, y_1, z_1$  являются главными осями инерции тела (рисунок 3)

$$J_{xy} = J_{yz} = J_{xz} = 0,$$

тогда момент инерции относительно оси произвольного направления отверстий [14]:

$$J_{omz} = J_{x1} \cos^2 \alpha + J_{y1} \cos^2 \beta + J_{z1} \cos^2 \gamma.$$

Задаваясь геометрическими параметрами матрицы для динамической экструзии, входящими в данную систему уравнений, и варьируя диапазон их изменений, можно рассчитать угол наклона  $\alpha$ , для заданной геометрии матрицы, при котором будет достигаться максимальная эффективность работы экструзионного оборудования.

### Выводы

Описанный в данной статье способ производства пищевых продуктов на экструзионном оборудовании с динамической матрицей позволяет исключить такие дополнительные технологические операции, как измельчение и разделение на фракции, что дает возможность сократить временные и материальные затраты на производство. Приведенная в статье оригинальная конструкция матрицы для динамической экструзии может быть использована для модернизации производственной и лабораторной экструзионной техники с целью получения текстуратов повышенного качества. Рассмотренный в статье математический расчет основных конструкционных параметров матрицы данной конфигурации позволяет при помощи варьирования задаваемых параметров проектировать более производительные динамические матрицы для заданного технологического режима и рецептуры продукта.

### Литература

1. Глухов М.А. Разработка и научное обоснование способа производства пищевых текстуратов в экструдере с динамической матрицей: автореф. дис. ... канд. техн. наук. Воронеж: ВГТА, 2008. 18 с.
2. Аксенова О.И. Анализ экструзионной техники, применяемой в пищевой промышленности // Материалы II Международной научно-практической конференции «Техника и технологии: роль в развитии современного общества» (Краснодар, 4 октября 2013 г.). Краснодар: Априори, 2013. С. 32–342.
3. Алексеев Г.В., Гончаров М.В., Аксенова О.И. Современные тенденции в решении задач неопределенности при проектировании технологического оборудования // Современные концепции развития науки: сб. науч. тр. Тамбов: Консалтинговая компания Юком, 2015. Т. 1. С. 18–23.
4. Касаткин А.Г. Основные процессы и аппараты химической технологии: учебник. 10-е изд. М.: ООО ТИД «Альянс», 2004. 753 с.
5. Остриков А.Н., Абрамов О.В., Калашников Г.В., Вертяков Ф.Н. Расчет и конструирование машин и аппаратов пищевых производств: учебник 2-е изд., перераб. и доп. СПб.: РАПП, 2009. 408 с.
6. Остриков А.Н., Красовицкий Ю.В., Шевцов А.А. Процессы и аппараты пищевых производств: учебник в 2 кн. Кн. 1. СПб.: ГИОРД, 2007. 704 с.
7. Алексеев Г.В., Аксенова О.И., Новиков И.В. Моделирование технологических процессов для ресурсосбережения в пищевых производствах // Технические науки: проблемы и перспективы: сб. науч. тр. Уфа: РИО МЦИИ «ОМЕГА САЙНС», 2015. С. 3–6.
8. Алексеев Г.В., Аксенова О.И. Моделирование процесса производства экструдированного продукта // Наука и образование в жизни современного общества: сб. науч. тр., Самара: АЭТЕРНА, 2015. Т.1. С. 13–16.
9. Каримов И. Теоретическая механика [Электронный ресурс]. URL: <http://www.teoretmech.ru> (дата обращения 27.10.2015).
10. Алексеев Г.В., Аксенова О.И. Использование математического моделирования для ресурсосберегающих пищевых производств // Научный журнал НИУ ИТМО. Серия: Процессы и аппараты пищевых производств. 2014. № 2(20). С. 1–10.
11. Кончина Л.В. Движение тяжелого твердого тела переменной массы под действием силы переменного направления // Международный журнал экспериментального образования. 2011. № 7. С. 25.
12. Толкова Т.С., Хрипанкова М.С., Куликова М.Г. Современные системы управления качеством пищевых продуктов // Инновации, качество и сервис в технике и технологиях: сб. науч. тр., Курск: Юго-Западный государственный университет, 2014. С. 189–191.
13. Алексеев Г.В., Вороненко Б.А., Гончаров М.В., Холявин И.И. Численные методы при моделировании технологических машин и оборудования. СПб: ГИОРД, 2014. 480 с.
14. Теоретические основы пищевых технологий. В 2 кн. / под ред. В.А. Панфилова. М.: КолосС, 2009. Кн. 1. 608 с.

### References

1. Glukhov M.A. Razrabotka i nauchnoe obosnovanie sposoba proizvodstva pishchevykh teksturatsionnykh matrits v ekstrudirovannom apparate s dinamicheskoi matritsei [Development and scientific substantiation of a way of food textured in an extruder with a dynamic matrix]. *Extended abstract of candidate's thesis*. Voronezh: VGTA, 2008. 18 p.
2. Aksenova O.I. Analiz ekstruzionnoi tekhniki, primenyaemoi v pishchevoi promyshlennosti [An analysis of extrusion technology, used in the food industry and technology]. *Proceedings of the 2<sup>nd</sup> International scientific and practical conference Technique and technology: role in the development of modern society (Krasnodar, 4 November, 2013)*. Krasnodar, 2013, pp. 32–34.
3. Alekseev G.V., Goncharov M.V., Aksenova O.I. Sovremennye tendentsii v reshenii zadach neopredelennosti pri proektirovanii tekhnologicheskogo oborudovaniya [Current trends in solving the problems of uncertainty in the design of process equipment]. *Modern conceptions of science*. Tambov, Konsaltingovaya kompaniya Yukom Publ., 2015, V. 1, pp. 18–23.
4. Kasatkin A.G. *Osnovnye protsessy i apparaty khimicheskoi tekhnologii* [The basic processes and apparatus of chemical engineering]. Textbook. Moscow, Al'yans Publ., 2004, 753 p.
5. Ostrikov A.N., Abramov O.V., Kalashnikov G.V., Vertyakov F.N. *Raschet i konstruirovaniye mashin i apparatov pishchevykh proizvodstv* [Calculation and design of machines and equipment for food production]. Textbook. St.Petersburg, RAPP Publ., 2009, 408 p.
6. Ostrikov A.N., Krasovitskii Yu.V., Shevtsov A.A. *Protsessy i apparaty pishchevykh proizvodstv* [Processes and equipment for food production: the textbook]. Textbook. St. Petersburg, GIORP Publ., 2007, V. 1, 704 p.
7. Alekseev G.V., Aksenova O.I., Novikov I.V. Modelirovaniye tekhnologicheskikh protsessov dlya resursoberezheniya v pishchevykh proizvodstvakh [Simulation of technological processes for food production in the resource]. *Engineering: Problems and Prospects*. Ufa, OMEGA SAINS Publ., 2015, pp. 3–6.
8. Alekseev G.V., Aksenova O.I. Modelirovaniye protsessa proizvodstva ekstrudirovannogo produkta [Simulation of the process of production of the extruded product]. *Science and education in modern society*. Samara, AETERNA Publ., 2015, V.1, pp. 13–16.
9. Karimov I. *Teoreticheskaya mekhanika* [Theoretical Mechanics]. URL: <http://www.teoretmech.ru> (Accessed 27.10.2015).
10. Alekseev G.V., Aksenova O.I. Ispol'zovaniye matematicheskogo modelirovaniya dlya resursoberegayushchikh pishchevykh proizvodstv [Using the mathematical modeling for resource-food manufactures]. *Scientific Journal NRU ITMO. Series: Processes and equipment for food production*. 2014, no. 2 (20), pp. 1–10.
11. Konchina L.V. Dvizheniye tyazhelogo tverdogo tela peremennoi massy pod deistviem sily peremennogo napravleniya [The motion of a rigid body with variable mass under the action of alternating direction ]. *International Journal of Experimental Education*. 2011, no. 7, p. 25.
12. Tolkova T.S., Khripankova M.S., Kulikova M.G. *Sovremennyye sistemy upravleniya kachestvom pishchevykh produktov* [Modern control systems food]. Kursk, Yugo-Zapadnyi gosudarstvennyi universitet Publ., 2014, pp. 189–191.
13. Alekseev G.V., Voronenko B.A., Goncharov M.V., Kholyavin I.I. *Chislennyye metody pri modelirovanii tekhnologicheskikh mashin i oborudovaniya* [Numerical methods in modeling of technological machinery and equipment]. St.Petersburg, GIORP Publ., 2014, 480 p.
14. *Teoreticheskiye osnovy pishchevykh tekhnologii* [Theoretical Foundations of Food Technology]. In editor V.A. Panfilova. Moscow, KolosS Publ., 2009, V. 1, 608 p.

Статья поступила в редакцию 30.10.15